

**Олимпиада им. Г.П.Кукина**  
**9 КЛАСС. 2007-2008 уч. год**

1. Для четырёх попарно различных чисел  $x, y, u, v$  выполнено равенство  $\frac{x+u}{x+v} = \frac{y+v}{y+u}$ . Найдите сумму всех этих чисел.
2. Девятиклассник Петя считает, что при любой расстановке в клетках квадрата  $4 \times 4$  восьми единиц, четырёх двоек и четырёх пятёрок либо найдутся две строки, в которых произведения одинаковы, либо – два столбца, в которых произведения одинаковы, либо строка и столбец, в которых произведения одинаковы. Прав ли он? (Усов С.В.)
3. На стороне ВС треугольника ABC выбрана точка К так, что угол САК составляет половину угла ABC, и точка пересечения О отрезка АК с биссектрисой BL угла В делит этот отрезок на две равные части. Докажите, что  $AO \times LC = BC \times OL$ . (Усов С.В.)
4. Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от 1 и самого этого числа. Натуральное число называется замечательным, если самый большой его собственный делитель на 1 больше, чем квадрат самого маленького собственного делителя. Найдите все замечательные числа. (Штерн А.С.)
5. Вершины вписанного четырёхугольника соединены отрезками с некоторой точкой внутри него, тем самым четырёхугольник разбит на 4 треугольника. Про один из этих треугольников известно, что он равносторонний, про второй – что он равнобедренный (не равносторонний), а про два оставшихся – что они прямоугольные. Докажите, что прямоугольные треугольники равны. (Усов С.В.)
6. Ученики школы №2007 получили на контрольной работе по математике тройки, четверки и пятёрки. Девочек в школе в 2 раза меньше, чем мальчиков. Средняя оценка за контрольную среди девочек на 1 балл выше, чем средняя оценка всех учеников школы. Известно, что и среди девочек, и среди мальчиков встречается все три типа оценок. Найдите наименьшее возможное количество девочек в школе №2007. (Усов С.В.)