

Олимпиада им. Г.П.Кукина
8 КЛАСС. 2007-2008 уч. год.

1. Существуют ли четыре попарно различные числа x , y , u , v , такие что $\frac{x+u}{x+v} = \frac{y+u}{y+v}$?
2. На каждом поле клетчатой доски 7×7 первоначально стоит по шахматному королю. Королей снимают с доски по одному, причём разрешается снять только такого короля, который бьет нечетное число других королей (среди оставшихся на данный момент). Барон Мюнхгаузен утверждает, что может снять всех королей кроме одного. Можно ли ему верить? (*Шановалов А.В.*)
3. На сторонах AB , BC , CA треугольника ABC выбрали точки D , E , F соответственно так, что $EF \parallel AB$ и $ED \parallel AC$. Прямые DF и BC пересекаются в точке K . Оказалось, что $DF = FK$. Найдите отношение $BE:EC$.
4. На острове, где живут только всегда правдивые рыцари и всегда лгущие лжецы, в теледебатах участвовали 9 кандидатов с номерами от 1 до 9. Каждый кандидат заявил "Кандидат, чей номер равен последней цифре квадрата моего номера - рыцарь". Впоследствии выяснилось, что не все кандидаты были лжецами, но и рыцарей среди них было не более трех. Кто из них лжец, а кто – рыцарь? (*Усов С.В.*)
5. Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от 1 и самого этого числа. Натуральное число назовём удивительным, если самый большой его собственный делитель на 1 меньше, чем квадрат самого маленького собственного делителя. Найдите все удивительные числа. (*Штерн А.С.*)
6. На доске в ряд выписаны 2007 чисел, причём каждое число кроме двух крайних равно сумме двух соседних с ним чисел. Известно, что сумма первых ста чисел в этом ряду равна нулю, а сумма первых двухсот чисел в этом ряду равна трём. Найдите сумму всех чисел в этом ряду.

www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html