VI Европейский математический турнир
г. Новгород, 25 февраля–2 марта 2023 года
Тур 4. 5 класс. Гранд-лига. 2 марта.
Верхние бои.

1. В клетчатом квадрате 10х10 некоторые горизонтальные и вертикальные отрезки длины 10 покрашены в синий и красный цвета, при этом контур квадрата остался чёрным. Если разрезать по всем синим отрезкам, квадрат распадётся на 30 частей, а если по всем красным – на 24 части. А на сколько частей распадётся квадрат, если разрезать и по всем синим, и по всем красным отрезкам? (5/6=84%)

2. Игорь написал на доске двузначное число и начал его менять шаг за шагом. За шаг заменяет число на сумму самого числа и его «отражения», то есть этого же числа, но записанного задом наперёд (например, из 35 получалось бы 35+53=88, а из 430 – 430+034=464). Мог ли Игорь через некоторое количество шагов получить на доске число 232323? (5/6=84%)

3. Имелось 1000 единичных кубиков, возможно не одинаковых. На каждой грани кубика написано натуральное число так, что на каждой паре противоположных граней сумма равна 52. Из кубиков сложили куб со стороной 10 так, что сумма на каждой паре примыкающих граней равна 50. Найдите сумму всех чисел на поверхности куба. (4/6=67%)

4. Желая получше изучить цифры, маленький Даня вырвал из книжки несколько листов. В книжке меньше 100 страниц. На вырванных страницах каждая из 10 цифр встретилась ровно по два раза. Какое наименьшее число листов мог вырвать Даня? Страницы в книге пронумерованы по порядку, начиная с 1. На каждом листе два номера страниц: с одной стороны нечётный, с другой – больший на 1 чётный. (4/4=100%)

5. Имеется 23 печеньки, все они круглые, разного размера и с дырой в центре. Из стола торчат два вертикальных штыря, все печеньки в беспорядке насажены на два штыря, на каждом печеньки есть. Разрешается делать ходы по такому правилу: за ход надо снять стопку из одного или нескольких печенек с верха одного штыря, причём в стопке размеры печенек должны возрастать сверху вниз и, не переворачивая, насадить стопку на другой штырь; при этом нижнее печенье стопки НЕ должно лечь на меньшее печенье (но может лечь на стол). Докажите, что не более чем за 44 хода можно собрать все печеньки на одном штыре так, чтобы размеры печенек возрастали сверху вниз. (1/4=25%)

6. У Пети и Шуры есть по одинаковому набору из 210 прямоугольников 1х2 и 1х3 (оба размера прсутсутвуют). Ребята соревновались, кто сложит из своего набора больше полосок: Петя – размера 1х5 или Шура – 1х6. Хотя каждый действовал наилучшим образом, игра закончилась вничью. Сколько прямоугольников 1х3 могло быть в одном наборе? (2/4=50%)

7. Можно ли провести 5 прямых улиц и поставить 7 полицейских, по 3 на каждую улицу так, чтобы по разные стороны от каждой улицы полицейских с одной стороны было больше, чем с другой? (5/6=84%)

8. На столе лежали в ряд 23 разных кучек орехов, их размеры образовывали арифметическую прогрессию. Две из этих кучек разбили на две меньшие кучки каждую, затем выложили все кучки в ряд по возрастанию размера. Могла ли опять получиться арифметическая прогрессия? (Возрастающая арифметическая прогрессия – это ряд чисел, где каждое следующее на одно и то же число больше предыдущего. Например, 7, 10, 13, 16, 19.) (2/6=33%)

Авторы задач: И.Ефремов – 2, А.Шаповалов – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Решаемость дана как доля решивших задачу команд (оптимистическая оценка).

http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html

Тур 4. 5 класс. Гранд-лига. 2 марта.

Нижний бой

1. В клетчатом квадрате 10x10 некоторые горизонтальные и вертикальные отрезки длины 10 покрашены в синий и красный цвета, при этом контур квадрата остался чёрным. Если разрезать по всем синим отрезкам, квадрат распадётся на 30 частей, а если по всем красным – на 24 части. А на сколько частей распадётся квадрат, если разрезать и по всем синим, и по всем красным отрезкам? (5/6=84%)

2. Игорь написал на доске двузначное число и начал его менять шаг за шагом. За шаг заменяет число на сумму самого числа и его «отражения», то есть этого же числа, но записанного задом наперёд (например, из 35 получалось бы 35+53=88, а из 430 – 430+034=464). Мог ли Игорь через некоторое количество шагов получить на доске число 232323? (5/6=84%)

3. Имелось 1000 единичных кубиков, возможно не одинаковых. На каждой грани кубика написано натуральное число так, что на каждой паре противоположных граней сумма равна 52. Из кубиков сложили куб со стороной 10 так, что сумма на каждой паре примыкающих граней равна 50. Найдите сумму всех чисел на поверхности куба. (4/6=67%)

4. Желая получше изучить цифры, маленький Даня вырвал из книжки несколько листов. В книжке меньше 1000 страниц. На вырванных страницах каждая из 10 цифр встретилась ровно по два раза. Какое наименьшее число листов мог вырвать Даня? Страницы в книге пронумерованы по порядку, начиная с 1. На каждом листе два номера страниц: с одной стороны нечётный, с другой – больший на 1 чётный. (2/2=100%)

5. Можно ли провести 5 прямых улиц и поставить 7 полицейских, по 3 на каждую улицу так, чтобы по разные стороны от каждой улицы полицейских с одной стороны было больше, чем с другой? (5/6=84%)

6. На столе лежали в ряд 23 разных кучек орехов, их размеры образовывали арифметическую прогрессию. Две из этих кучек разбили на две меньшие кучки каждую, затем выложили все кучки в ряд по возрастанию размера. Могла ли опять получиться арифметическая прогрессия? (Возрастающая арифметическая прогрессия – это ряд чисел, где каждое следующее на одно и то же число больше предыдущего. Например, 7, 10, 13, 16, 19.) (4/6=67%)

7. Имеется кусок сыра. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход надо разрезать один из кусков сыра на две части. Выиграет тот, кто после своего хода сможет разложить все куски на две кучки так, чтобы в каждой было не менее чем по 3 куска сыра, но одна весила вдвое больше другой. Кто из игроков может выиграть как бы ни играл соперник? (1/2=50%)

8. У Чижика и Пыжика есть по одинаковому набору из 100 прямоугольников 1x2 и 1x3 (оба размера прсутсутвуют). Ребята соревнуются кто сложит из своего набора больше полосок: Чижик – размера 1x4 или Пыжик – размера 1x5. Хотя каждый действовал наилучшим образом, игра закончилась вничью. Сколько прямоугольников 1x2 в одном наборе? (2/2=100%)

Авторы задач: И.Ефремов – 2, А.Шаповалов – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8

Решаемость дана как доля решивших задачу команд (оптимистическая оценка).

http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html