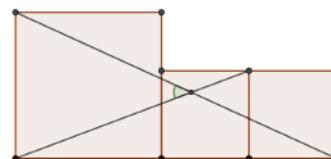


**V Европейский математический турнир  
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года**



**Тур 4. 7-8 класс. Первая лига. Бои за 5 и 7 места. 19 марта**

1. На доске написано натуральное число, в записи которого нет цифр 1, 2 и 9. Докажите, что если это число умножить на 3, то хотя бы одна из этих цифр в нём появится.
2. На турнир приехало 170 школьников, каждые двое из них либо знакомы, либо не знакомы друг с другом. В первый день турнира каждый школьник получил на обед один из  $m$  фруктов, причём каждые двое знакомых получили разные фрукты. На ужин каждый школьник получил один из  $n$  десертов, причём каждые двое не знакомых друг с другом получили разные десерты. Какое наименьшее значение может принимать произведение  $mn$ ?
3. Фигура *слонь* каждый нечётный ход делает как конь, а каждый чётный – как слон. Может ли слонь, сделав менее 9 ходов, побывать в каждой угловой клетке шахматной доски?
4. На отрезке отмечено 100 точек (включая концы), они делят отрезок на части длины 1. Блоха за 99 прыжков проскакала по всем отмеченным точкам. Все длины прыжков различны. Могут ли начальная и конечная точка блохи быть симметричны относительно середины отрезка?
5. На некотором острове проживают 1000 туземцев, каждый из которых либо лжец, либо рыцарь. Прибывший на остров новый губернатор может раз в день выбрать любую группу островитян и спросить каждого из выбранных, сколько лжецов находится в данной группе. (Каждый островитянин про каждого из остальных знает, является тот лжецом или нет.) За какое наименьшее число дней губернатор заведомо может выяснить, кто из островитян лжец, а кто рыцарь, если ему известно, что не все островитяне лжецы?
6. В таблице  $m \times n$  расставлены неотрицательные числа так, что в каждой строке и каждом столбце есть хотя бы одно положительное число. Оказалось, что если на пересечении строки и столбца стоит положительное число, то суммы чисел в этих линиях равны. Докажите, что  $m = n$ .
7. Вначале есть куча из 2022 камней. Если число камней в куче больше 9, можно сделать следующую операцию: взять из кучи количество камней, равное ненулевой цифре этого числа, и либо добавить их в другую кучу, либо образовать из них новую кучу. На какое наибольшее число куч можно разложить все камни?
8. На рисунке изображены три квадрата. Найдите отмеченный угол.



Авторы задач: А.Шаповалов – 4, 7.