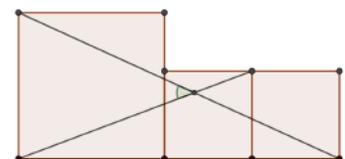


**V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года**



Тур 4. 7-8 класс. Гранд-лига. 19 марта

1. Есть 12 гирь с надписями «100 г» и 12 гирь с надписями «99 г» на каждой. Точно известно, что какие-то 12 из всех этих 24 гирь весят по 100 г, а остальные – по 99 г. Как за три взвешивания на чашечных весах установить, на всех ли гирях массы указаны верно?
2. На турнир приехало 170 школьников, каждые двое из них либо знакомы, либо не знакомы друг с другом. В первый день турнира каждый школьник получил на обед один из m фруктов, причём каждые двое знакомых получили разные фрукты. На ужин каждый школьник получил один из n десертов, причём каждые двое не знакомых друг с другом получили разные десерты. Какое наименьшее значение может принимать произведение mn ?
3. Найдите наименьшее натуральное n такое, что из любых n точек общего положения в узлах целочисленной решётки можно выбрать три, являющихся вершинами треугольника с целой площадью.
4. Найдите все натуральные числа, у которых разность между суммой двух самых больших собственных делителей и суммой двух самых маленьких собственных делителей является простым числом. (Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого этого числа.)
5. В таблице $m \times n$ расставлены неотрицательные числа так, что в каждой строке и каждом столбце есть хотя бы одно положительное число. Оказалось, что если на пересечении строки и столбца стоит положительное число, то суммы чисел в этих линиях равны. Докажите, что $m = n$.
6. Вначале есть куча из 2022 камней. Если число камней в куче больше 9, можно сделать следующую операцию: взять из кучи количество камней, равное ненулевой цифре этого числа, и либо добавить их в другую кучу, либо образовать из них новую кучу. На какое наибольшее число куч можно разложить все камни?
7. На доске выписаны 2022 числа, не все из которых равны 0. Оказалось, что сумма всех чисел равна 0. Докажите, что выписанные числа можно обозначить за $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ так, что $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_{2021} a_{2022} + a_{2022} a_1 \leq 0$.
8. На рисунке изображены три квадрата. Найдите отмеченный угол.



Авторы задач: А.Шаповалов – 6.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>