V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года

Тур 3. 7-8 класс. Первая лига. 18 марта

1. Нецелое положительное число x при округлении до ближайшего целого увеличилось на $2n$ процентов, а число $2x$ при таком же округлении уменьшилось на n процентов. Найдите все такие x, для которых n натуральное.

2. Дэнни пригласил на день рождения 11 своих друзей, которые придут к нему в каком-то порядке. Оказалось, что в каком бы порядке они ни приходили, всегда новоприбывший знает не менее половины уже присутствующих, включая Дэнни. Докажите, что среди гостей есть тот, кто знает всех остальных гостей Дэнни.

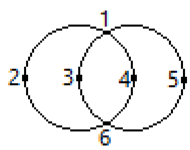
3. На столе лежит кучка из 99 конфет. Петя и Вася по очереди выбирают одну из кучек и делят её на две меньшие кучки, начинает Петя. Побеждает тот, после хода которого все кучки состоят из одной или двух конфет. Кто из игроков может победить, как бы ни играл соперник?

4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D так, что $CD = 2BD$. Оказалось, что $\angle ADC = 60°$ и $\angle ABC = 45°$. Найдите $\angle BAC$.

5. Петя хочет расставить в клетках на поверхности кубика $3\times3\times3$ натуральные числа так, чтобы нашлось ровно 33 двухклеточных доминошки с нечётной суммой (доминошки могут перегибаться через рёбра куба). Сможет ли Петя реализовать задуманное?

6. В комнате лежит восемь мешков, в некоторых из них находятся коты. Вы можете указать на любую группу мешков и спросить, в скольких из них есть коты. В качестве ответа вам сообщат число, отличающееся от истинного значения на 1. Как при помощи пяти вопросов наверняка узнать число мешков с котами?

7. Цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6 расположены на двух окружностях, как показано на рисунке. За один шаг можно сдвинуть стоящие на одной окружности четыре цифры по кругу так, чтобы каждая из них заняла место соседней с ней цифры. Можно ли за несколько шагов добиться того, чтобы цифры 1 и 6 поменялись местами, а все остальные цифры оказались на первоначальных местах?



8. Клетчатый квадрат удалось разрезать по границам клеток на 5 прямоугольников так, чтобы ни из каких двух частей нельзя было сложить прямоугольник. Какое наименьшее число клеток могло быть в этом квадрате?

Авторы задач: А.Шаповалов – 1, 8.

http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html