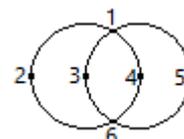


**V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года**



Тур 3. 7-8 класс. Гранд-лига. 18 марта

1. Нецелое положительное число x при округлении до ближайшего целого увеличилось на $2n$ процентов, а число $2x$ при таком же округлении уменьшилось на n процентов. Найдите все такие x , для которых n натуральное.
2. В мастерской изготавливают квадратные решётки, состоящие из квадратных ячеек со стороной 1. Для этого используют заготовки, состоящие из трёх стержней длиной 1, сваренных под прямыми углами в виде буквы «П». При изготовлении решётки запрещается накладывать стержни друг на друга, допускается лишь сваривать их между собой в точках касания. Для каких натуральных n мастерская может изготовить решётку размером $n \times n$?
3. На столе лежит кучка из $N \geq 3$ конфет. Петя и Вася по очереди выбирают одну из кучек и делят её на две меньшие кучки, начинает Петя. Побеждает тот, после хода которого все кучки состоят из одной или двух конфет. Кто из игроков может победить, как бы ни играл соперник?
4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D так, что $CD = 2BD$. Оказалось, что $\angle ADC = 60^\circ$ и $\angle ABC = 45^\circ$. Найдите $\angle BAC$.
5. На доске написали число 2^m , а затем приписали к нему справа число 5^n (для обоих чисел использовалась десятичная запись). Полученное число оказалось точным квадратом. Найдите m и n , если известно, что они натуральные и одной чётности.
6. В комнате лежит восемь мешков, в некоторых из них находятся коты. Вы можете указать на любую группу мешков и спросить, в скольких из них есть коты. В качестве ответа вам сообщат число, отличающееся от истинного значения на 1. Как при помощи пяти вопросов наверняка узнать число мешков с котами?
7. Цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6 расположены на двух окружностях, как показано на рисунке. За один шаг можно сдвинуть стоящие на одной окружности четыре цифры по кругу так, чтобы каждая из них заняла место соседней с ней цифры. Можно ли за несколько шагов добиться того, чтобы цифры 1 и 6 поменялись местами, а все остальные цифры оказались на первоначальных местах?
8. Точечный прожектор освещает угол 45° . Какое наименьшее количество прожекторов можно поставить внутри квадратной площадки так, чтобы полностью её осветить?



Авторы задач: А.Шаповалов – 1.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>