V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года

Тур 4. 6 класс. Бои за 5 и 7 места. 19 марта

1. По кругу записали 7 различных натуральных чисел, затем одновременно каждое разделили на следующее за ним по часовой стрелке (некоторые частные получились не целые). Может ли сумма семи полученных частных оказаться целым числом?

2. В группу из 17 детей присланы подарки двух видов: каждый подарок первого вида содержит 3 пряника и 10 конфет, а второго – 4 пряника и 2 конфеты. Объединив эти подарки, все пряники смогли разделить между детьми поровну. Могло ли случиться при этом, что конфеты разделить поровну не удалось?

3. На отрезке отмечены 40 точек (включая концы), они делят отрезок на части длины 1. Блоха за 39 прыжков проскакала по всем отмеченным точкам. Все длины прыжков различны. Могут ли начальная и конечная точка лежать на равных расстояниях от концов отрезка?

4. На доске написано натуральное число, в записи которого нет цифр 1, 2 и 9. Докажите, что если это число умножить на 3, то хотя бы одна из этих цифр в нём появится.

5. Кот, пёс и конь занимаются бегом на дорожке длиной 200 м. Кот и конь стартовали с левого конца дорожки, а пёс одновременно стартовал им навстречу с правого конца дорожки. Добежав до конца, они разворачиваются и бегут дальше. Первая встреча кота и пса произошла на расстоянии 80 м от правого конца. В этот момент конь ещё не добежал до конца дорожки и находился в 70 метрах от места встречи. А на каком расстоянии от пса и кота мог быть конь в момент их второй встречи?

6. На турнир приехало 170 школьников, каждые двое из них либо знакомы, либо не знакомы друг с другом. В первый день турнира каждый школьник получил на обед один из m фруктов, причём каждые двое знакомых получили разные фрукты. На ужин каждый школьник получил один из n десертов, причём каждые двое не знакомых друг с другом получили разные десерты. Какое наименьшее значение может принимать произведение mn?

7. Фигура *слонь* каждый нечётный ход ход делает, как конь, а каждый чётный, как слон. Может ли слонь, сделав 9 ходов, побывать в каждом углу шахматной доски?

8. На каждой клетке доски 5×5 стоит по жителю острова рыцарей и лжецов, причем тех и других не менее 5. На вопрос «Кого среди твоих соседей по стороне больше: лжецов или рыцарей?» каждый ответил: «их поровну». Сколько всего лжецов?

Авторы задач: С.Волченков – 7; А.Шаповалов – 1, 3, 5, 8.

http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html