V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года

Тур 4. 6 класс. Бои за 1 и 3 места. 19 марта

1. В группу из 17 детей присланы подарки двух видов: каждый подарок первого вида содержит 3 пряника и 10 конфет, а второго – 4 пряника и 2 конфеты. Объединив эти подарки, все пряники смогли разделить между детьми поровну. Могло ли случиться при этом, что конфеты разделить поровну не удалось?

2. Вначале есть куча из 2022 камней. Если число камней в куче больше 9, можно сделать операцию: взять из кучи количество камней, равное ненулевой цифре этого числа, и либо добавить их в другую кучу, либо образовать из них новую кучу. На какое наибольшее число куч можно разложить все камни?

3. На отрезке отмечены 77 точек (включая концы), они делят отрезок на части длины~1. Начав с отмеченной точки на расстоянии 1 от конца отрезка, блоха за 76 прыжков проскакала по всем отмеченным точкам и закончила в точке на расстоянии 1 от другого конца отрезка. Могут ли длины всех прыжков быть различными?

4. В таблице $m \times n$ расставлены неотрицательные числа так, что в каждой строке и каждом столбце есть хотя бы одно положительное число. Оказалось, что если на пересечении строки и столбца стоит положительное число, то суммы чисел в этих линиях равны. Докажите, что $m = n$.

5. На доске написано натуральное число, в записи которого нет цифр 1, 2 и 9. Докажите, что если это число умножить на 3, то хотя бы одна из этих цифр в нём появится.

6. Кот, пёс и конь занимаются бегом на дорожке длиной 200 м. Кот и конь стартовали с левого конца дорожки, а пёс одновременно стартовал им навстречу с правого конца дорожки. Добежав до конца, они разворачиваются и бегут дальше. Первая встреча кота и пса произошла на расстоянии 80 м от правого конца. В этот момент конь ещё не добежал до конца дорожки и находился в 70 метрах от места встречи. А на каком расстоянии от пса и кота мог быть конь в момент их второй встречи?

7. На турнир приехало 170 школьников, каждые двое из них либо знакомы, либо не знакомы друг с другом. В первый день турнира каждый школьник получил на обед один из m фруктов, причём каждые двое знакомых получили разные фрукты. На ужин каждый школьник получил один из n десертов, причём каждые двое не знакомых друг с другом получили разные десерты. Какое наименьшее значение может принимать произведение mn?

8. Фигура *слонь* каждый нечётный ход ход делает, как конь, а каждый чётный, как слон. Может ли слонь, сделав менее 9 ходов, побывать в каждом углу шахматной доски?

Авторы задач: С.Волченков – 8; А.Шаповалов – 2, 3, 6.

http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html