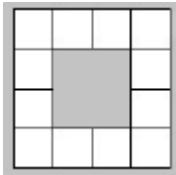


**V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года**



Тур 1. 6 класс. Гранд-лига. 16 марта

1. Из спичек сложен клетчатый квадрат 8×8 так, что каждая клетка имеет сторону в одну спичку и огорожена четырьмя спичками. Пока есть уголки из двух спичек, Петя должен их убирать, по одному уголку за ход. Когда ходов нет, подсчитываются оставшиеся спички. Какое наименьшее число спичек может оставить Петя?
2. На прямой отмечена 101 точка так, что расстояние между каждыми двумя точками – целое. Для каждой отмеченной точки сумма расстояний до остальных 100 точек чётная. Докажите, что расстояние между любыми двумя отмеченными точками чётное.
3. Двое по очереди записывают натуральные числа от 1 до 25 в клетки таблицы 5×5 , причем каждое число может быть записано только один раз. Если после заполнения всей таблицы сумма чисел в каком-нибудь столбце или в строке равна 70, то выигрывает начинающий, в противном случае выигрывает его соперник. Кто выигрывает при правильной игре?
4. В клетках таблицы 6×6 записаны числа. За один вопрос можно узнать сумму чисел в любом квадрате, содержащем ровно одну угловую клетку. Как за несколько вопросов узнать сумму чисел в какой-нибудь рамке из 12 клеток (см. рис.)?
5. В наборе 22 гири массами 1 г, 2 г, ..., 22 г. Отличить на вид, какая гиря весит больше, невозможно. Дима про каждую гирю знает её массу, а Руслан знает только, что массы гири именно такие, но не знает, какая сколько весит. Дима хочет доказать Руслану, что выбранная им гиря весит 1 г. Сможет ли он это сделать за два взвешивания на чашечных весах, если никаких других гирь у него нет?
6. Решите уравнение:
$$\frac{x-99}{1} - \frac{x-98}{2} + \frac{x-97}{3} - \dots + \frac{x-3}{97} - \frac{x-2}{98} + \frac{x-1}{99} - \frac{x}{100} = 0.$$
7. Петя может проводить с числом следующие операции: 1) прибавить наибольший собственный делитель; 2) разделить на наименьший простой делитель; 3) вычесть наибольший простой делитель. Сможет ли он из числа 2019 получить число 2021? Напомним, что делитель числа называется *собственным*, если он не равен ни 1, ни самому числу.
8. В классе 31 ученик. У трех из них ровно по три друга, у следующих трех – по шесть, у следующих трех – по девять, ..., у следующих трех – по тридцать. Сколько друзей у тридцать первого ученика?

Авторы задач: Д.Белов – 1, С.Лучинин – 1, И.Почепцов – 7, И.Сиротовский – 4, А.Шаповалов – 4.