

**V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года**



Тур 4. 5 класс. Финал гранд-лиги. 19 марта

1. По кругу записали 10 различных натуральных чисел, затем одновременно каждое разделили на следующее за ним по часовой стрелке (некоторые частные получились не целые). Может ли сумма десяти полученных частных оказаться целым числом, меньшим 20? (0/2=0%)
2. Вначале есть куча из 2022 камней. Если число камней в куче больше 9, можно сделать операцию: взять из кучи количество камней, равное ненулевой цифре этого числа, и либо добавить их в другую кучу, либо образовать из них новую кучу. На какое наибольшее число куч можно разложить все камни? (1/2=50%)
3. На отрезке отмечены 77 точек (включая концы), они делят отрезок на части длины 1. Начав с отмеченной точки на расстоянии 1 от конца отрезка, блоха за 76 прыжков проскакала по всем отмеченным точкам и закончила в точке на расстоянии 1 от другого конца отрезка. Могут ли длины всех прыжков быть различными? (2/2=100%)
4. Поверхность кубика Рубика $3 \times 3 \times 3$ разбита на 54 клетки. На стороне каждой клетки записано натуральное число, а в каждой клетке – сумма чисел на её сторонах. Могут ли быть равны количество чётных и количество нечётных сумм в клетках? (1/2=50%)
5. Имеется 10 камней магической силы 1, 2, ..., 10. Специальный прибор сравнивает произведения магических сил камней на каждой из двух чаш, и сообщает, где оно больше или что произведения равны. Барон Мюнхгаузен говорит, что знает силу каждого камня. В доказательство он готов провести с помощью прибора одно испытание, после чего зритель сам сможет однозначно вычислить силу одного из камней. Могут ли слова барона быть правдой? (1/2=50%)
6. На доске написано натуральное число, в записи которого нет цифр 1, 2 и 9. Докажите, что если это число умножить на 3, то хотя бы одна из этих цифр в нём появится. (2/2=100%)
7. Кот, пёс и конь занимаются бегом на дорожке длиной 200 м. Кот и конь стартовали с левого конца дорожки, а пёс одновременно стартовал им навстречу с правого конца дорожки. Добежав до конца, они разворачиваются и бегут дальше. Первая встреча кота и пса произошла на расстоянии 80 м от правого конца. В этот момент конь ещё не добежал до конца дорожки и находился в 70 метрах от места встречи. А на каком расстоянии от пса и кота мог быть конь в момент их второй встречи? (2/2=100%)
8. На клетчатой бумаге по границам клеток обведен квадрат 10×10 . Он покрыт 55 квадратами 2×2 , каждый закрывает в точности 4 клетки. Докажите, что можно убрать один из квадратов так, что оставшиеся будут по-прежнему покрывать весь квадрат 10×10 . (2/2=100%)

Авторы задач: И.Почепцов – 4, 5; А.Шаповалов – 1, 2, 3, 4, 7.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>