

## V Европейский математический турнир г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года



### Тур 3. 5 класс. Гранд-лига. 18 марта

1. Клетчатый квадрат  $20 \times 20$  разрезали по границам клеток на 19 прямоугольников. Докажите, что из каких-то двух прямоугольников можно сложить прямоугольник. (4/6=67%)
2. Однажды Петя решил расставить в таблице  $12 \times 12$  числа 1 и 2 так, чтобы нашлось ровно 33 доминошки с суммой 3 (такие доминошки могут перекрываться). Добрый Вася решил помочь ему и поставил в каждую прилегающую к краю клетку число 2. Сможет ли теперь Петя реализовать задуманное? (2/6=33%)
3. Гуляя по острову рыцарей и лжецов, Игорь встретил островитянина Максима, который начал рассказывать:  
«Однажды после рабочего дня, на протяжении которого каждый произнес около сотни предложений, между Ромой и Ильей произошёл следующий диалог:  
Илья (возмущенно): «Рома! Ты обещал мне красный чай, а приготовил фиолетовый!»  
Рома: «Чай красный, а ты, Илья, сказал своё первое ложное утверждение за день!»  
Илья: «Рома, это твоё второе ложное утверждение за день!»  
Рома: «Илья, это твоё третье ложное утверждение за день!»  
...  
Рома: «Илья, это твоё 2021-е ложное утверждение за день!»  
Илья: «Рома, это твоё 2022-е ложное утверждение за день!»  
Затем друзья помирились и решили спокойно пить чай.»  
Помогите Игорю понять, кем был Максим – рыцарем или лжецом. (3/6=50%)
4. На столе лежат 18 кучек по 2 ореха и 99 кучек по 1 ореху. За ход нужно объединить две не равные кучки в одну. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Выигрывает тот, кто сделает последний ход. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник? (3/6=50%)
5. Какое наименьшее количество подряд идущих трёхзначных чисел надо выписать, чтобы в их записи встретились все десять цифр? (6/6=100%)
6. У Олега есть карточки с числами 1, 2, 3, 5, 7 и 11 и аппарат, который умеет за одну монету менять две карточки с различными натуральными числами на две одинаковые карточки с их произведением. Сколько монет может потратить Олег, чтобы на пяти карточках из шести получились числа 10, 11, 30, 330 и 2310? (4/6=67%)
7. Для обороны Гондора построили 10 башен. Некоторые пары башен соединены непересекающимися подземными тоннелями так, что из каждой башни выходит по 3 тоннеля. Может ли система тоннелей быть устроена так, что из любой башни в любую другую можно пройти либо напрямую, либо через одну промежуточную башню? (1/6=17%)
8. Малыш и Карлсон стартуют с концов прямой дорожки длиной 108 м. Где-то между ними поставили торт. Участники бросились бежать к нему одновременно. Малыш бежит втрое быстрее Карлсона, зато ест втрое медленнее. Добежав до торта, они сразу начали есть, и в итоге съели поровну. Известно, что Малыш за одинаковое время съедает весь торт и пробегает всю дорожку. На каком расстоянии от Карлсона поставили торт? (5/6=83%)

Авторы задач: Д.Белов – 5, Гр.Петерсен – 7, И.Почепцов – 1, 3, 6; А.Шаповалов – 1, 4, 8.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>