

**V Европейский математический турнир
г. Ярославль, 14–19 марта 2022 года**



**Командная олимпиада. 7-8 класс
15 марта**

1. Компьютер напечатал в строчку все пятизначные числа 10000, 10001, ..., 99999 подряд без пробелов между числами. В полученной строке можно подчеркнуть группу из 7 цифр подряд: 1000010, 0000100, 0001000, ..., 9899999. Докажите, что любая группа встречается менее 10 раз. (40%)

2. Внутри квадрата $ABCD$ отметили точку P так, что $AP = AB$ и $\angle CPD = 90^\circ$. Докажите, что $DP = 2CP$. (65%)

3. По кругу расставлено 1001 число, каждое из которых равно 1 или -1. Петя посчитал для каждой пары соседних чисел их произведение, сложил полученные результаты и получил число, меньшее 0. Какое максимальное значение может принимать сумма всех изначальных чисел? (63%)

4. Одно и то же нечётное число разделили с остатком на каждое из чисел 2, 3, ..., 1000. Все полученные остатки оказались различными, при этом один из них равен нулю. Докажите, что нулевой остаток получился при делении на число, большее 500. (53%)

5. В стране 2022 города, каждые два из них соединены дорогой. Два начальника ГИБДД по очереди издают приказы. Пётр своим приказом может закрыть все дороги, выходящие из одного города, а Василий – открыть не более двух любых закрытых ранее дорог. Может ли Василий действовать так, чтобы после каждого его приказа между любыми двумя городами существовал путь (возможно, проходящий через другие города)? (69%)

6. Имеется четыре различных двузначных числа. Сумма двух кратных пяти в 5 раз больше суммы двух не кратных пяти. Сумма двух чётных в 2 раза больше суммы двух нечётных. Найдите эти числа. (42%)

7. Числовой треугольник строится по следующим правилам. В первой строке написано число 1. В каждой следующей строке на два числа больше, чем в предыдущей, и каждое из них равно сумме трёх чисел из предыдущей строки: стоящего над ним и двух соседних (если каких-то из этих чисел нет в строке, то считается, что они равны 0). Несколько первых строк треугольника показаны на рисунке. Докажите, что в каждой строке, начиная с третьей, будет хотя бы одно чётное число. (53%)



8. В треугольнике ABC отметили точку D – середину AB , и точку E , делящую сторону BC в отношении 2:1, считая от точки B . Оказалось, что $\angle BAE = \angle CDA$. Найдите угол BAC . (51%)

Авторы задач: А.Шаповалов – 1, 6.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>