

IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15-20 марта 2021 года
Тур 4. Юниоры. Гранд-лига. Верхние бои.

20 марта

1. Некоторые клетки доски 100×100 покрашены в красный цвет так, что у покрашенных клеток нет общих точек. Докажите, что остальные клетки можно покрасить в три другие цвета так, чтобы никакие две одноцветные клетки не граничили по стороне.

2. Гриша сделал 8 одинаковых игральных кубиков, грани которых пронумерованы тоже одинаково от 1 до 6. Из них он сложил куб $2 \times 2 \times 2$ так, чтобы на каждой паре прилегающих граней двух кубиков сумма была простым числом. Какова наименьшая возможная сумма чисел на поверхности куба?

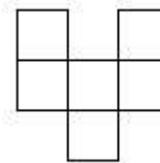
3. Вычеркивая несколько букв, из слова можно получить более короткое, не обязательно осмысленное слово (например, вычеркнув две буквы из слова СЛОЖЕНИЕ можно получить СОЖЕНИ). Из какого слова можно получить больше разных слов, вычёркивая пару букв: из ИССЛЕДОВАТЕЛЬ или из ПРОИЗВЕДЕНИЕ? На сколько больше?

4. За круглым столом сидели 12 друзей, перед каждым – кучка орехов, у всех --- разное число. Первый съел один орех, а ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Добавив орехи к своей кучке, второй съел из неё один орех и тоже ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Тот произвёл такое же действие, и так продолжалось, пока все не съели по ореху. После этого перед каждым осталась кучка орехов (больше 0), у всех – разное число. Какое наименьшее число орехов в сумме могло у них быть вначале?

5. По кругу встали несколько жителей острова лжецов и рыцарей. Каждый заявил: ``Ровно один из моих соседей – лжец''. Затем они встали в круг в другом порядке. Более половины из них (7 человек) заявили: ``Оба моих соседа – лжецы''. Сколько из них ответят ``Да'' на вопрос ``Верно ли, что оба твоих соседа – рыцари?''? (Лжецы всегда лгут, а рыцари говорят правду).

6. В турнире по волейболу десять команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Команды, поделившие первые три места, одержали поровну побед; команды, поделившие три последних места, также одержали поровну побед, а остальные одержали разное число побед (ничьих в волейболе не бывает). Сколько побед одержала команда, занявшая 5-е место?

7. В клетках прямоугольника 3×33 (где 3 – высота) расставлены числа. Известно, что сумма всех чисел в таблице равна 333, а сумма чисел в каждой фигурке вида, показанного на рисунке, равна 16 (фигурку можно поворачивать). Чему равна сумма чисел на второй горизонтали прямоугольника?



8. На прямой провод уселись 38 попугаев. Каждый верно сосчитал и назвал вслух сумму расстояний от него до остальных попугаев (в метрах). Могли ли быть названы в некотором порядке числа 3, 4, 5, ..., 40?

Авторы задач: 2, 3, 4, 5, 8 – А.Шаповалов

Решаемость задач (решений/команд): 1)4/4; 2) 4/4; 3) 4/4; 4) 4/8; 5)7/8; 6)6/8; 7)2/4; 8)3/4.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>

IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 4. Юниоры. Гранд-лига. Нижние бои.

20 марта

1. Гриша сделал 8 одинаковых игральных кубиков, грани которых пронумерованы тоже одинаково от 1 до 6. Из них он сложил куб $2 \times 2 \times 2$ так, чтобы на каждой паре прилегающих граней двух кубиков сумма была простым числом. Какова наибольшая возможная сумма чисел на поверхности куба?

2. За круглым столом сидели 12 друзей, перед каждым – кучка орехов, у всех – разное число. Первый съел один орех, а ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Добавив орехи к своей кучке, второй съел из неё один орех и тоже ровно половину оставшихся отдал соседу справа. Тот произвёл такое же действие, и так продолжалось, пока все не съели по ореху. После этого перед каждым осталась кучка орехов (больше 0), у всех – разное число. Какое наименьшее число орехов в сумме могло у них быть вначале?

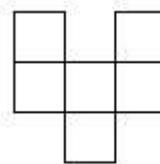
3. По кругу встали несколько жителей острова лжецов и рыцарей. Каждый заявил: "Ровно один из моих соседей – лжец". Затем они встали в круг в другом порядке. Более половины из них (7 человек) заявили: "Оба моих соседа – лжецы". Сколько из них ответят "Да" на вопрос "Верно ли, что оба твоих соседа – рыцари?" (Лжецы всегда лгут, а рыцари говорят правду).

4. На конкурсе обжор 6 обжор съели огромный торт. Их спросили, сколько они съели. Ответы были: половина торта, четверть торта, $1/5$ торта, $1/6$ торта, $1/20$ торта и $1/60$ торта. Выяснилось, что некоторые прихвастнули, зависив свой результат вдвое. Кто из них прихвастнул?

5. Найдите все такие трёхзначные N , у которых сумма трёх остатков при делении N на 3, на 30 и на 300 равна 111.

6. В турнире по волейболу десять команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Команды, поделившие первые три места, одержали поровну побед; команды, поделившие три последних места, также одержали поровну побед, а остальные одержали разное число побед (ничьих в волейболе не бывает). Сколько побед одержала команда, занявшая 5-е место?

7. В клетках прямоугольника 3×9 (где 3 – высота) расставлены числа. Известно, что сумма всех чисел в таблице равна 33, а сумма чисел в каждой фигурке вида, показанного на рисунке, равна 3 (фигурку можно поворачивать). Чему равна сумма чисел на второй горизонтали прямоугольника?



8. Король-всадник ходит и как конь, и как король. На шахматной доске стоят несколько королей-всадников. Докажите, что их можно раскрасить в 4 цвета так, чтобы короли-всадники одинакового цвета друг друга не били.

Авторы задач: 1, 2, 3, 4, 8 – А.Шаповалов

Решаемость задач (решений/команд): 1)2/4; 2) 4/8; 3) 7/8; 4) 4/4; 5)2,5/4; 6)6/8; 7)1/4; 8)3/4.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>

IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 4. Юниоры. Первая лига. Верхние бои.

20 марта

1. Гриша сделал 8 одинаковых игральные кубиков, грани которых пронумерованы тоже одинаково от 1 до 6. Из них он сложил куб $2 \times 2 \times 2$ так, чтобы на каждой паре прилегающих граней двух кубиков сумма была простым числом. Какова наименьшая возможная сумма чисел на поверхности куба?
2. По кругу встали 12 жителей острова лжецов и рыцарей. Каждый заявил: "Ровно один из моих соседей – лжец". Затем они встали в круг в другом порядке. Более половины из них заявили: "Оба моих соседа – лжецы". Сколько из них ответят "Да" на вопрос "Верно ли, что оба твоих соседа – рыцари?" Лжецы всегда лгут, а рыцари говорят правду.
3. На столе лежит больше четырёх монет, все орлом вверх. За один ход разрешается перевернуть любые пять монет. Математик утверждает, что все монеты можно положить решкой вверх за пять ходов, но нельзя сделать это за меньшее число ходов. Какое наименьшее количество монет может лежать на столе?
4. В ряд выложены 50 карточек в произвольном порядке, на которых написаны числа от 1 до 50. Петя и Вася играют, каждым ходом беря одну из двух крайних карточек, начинает Петя. Выигрывает тот, у кого после окончания игры сумма чисел на карточках будет больше. Кто может выиграть, как бы ни играл соперник?
5. На конкурсе обжор б обжор съели огромный торт. Их спросили, сколько они съели. Ответы были: половина торта, четверть торта, $\frac{1}{5}$ торта, $\frac{1}{6}$ торта, $\frac{1}{20}$ торта и $\frac{1}{60}$ торта. Выяснилось, что некоторые прихвастнули, зависив свой результат вдвое. Кто из них прихвастнул?
6. У натурального числа нашли остатки при делении на 3, 30 и 300. Оказалось, что сумма этих остатков равна 99. Найдите остаток при делении этого числа на 3.
7. Какое наименьшее число звеньев может иметь ломаная, которая пересекает (во внутренних точках) каждое своё звено ровно два раза?
8. В турнире по волейболу десять команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Команды, разделившие первые три места, одержали поровну побед; команды, разделившие три последних места, также одержали поровну побед, а остальные одержали разное число побед (ничьих в волейболе не бывает). Сколько побед одержала команда, занявшая 5-е место?

Авторы задач: 1, 2, 4, 5 – А.Шаповалов

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>

IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 4. Юниоры. Первая лига. Нижние бои.

20 марта

1. Некоторые клетки доски 100×100 покрашены в красный цвет так, что у покрашенных клеток нет общих точек. Докажите, что остальные клетки можно покрасить в три другие цвета так, чтобы никакие две одноцветные клетки не граничили по стороне.
2. Гриша сделал 8 одинаковых игральных кубиков, грани которых пронумерованы тоже одинаково от 1 до 6. Из них он сложил куб $2 \times 2 \times 2$ так, чтобы на каждой паре прилегающих граней двух кубиков сумма была простым числом. Какова наибольшая возможная сумма чисел на поверхности куба?
3. По кругу встали 12 жителей острова лжецов и рыцарей. Каждый заявил: "Ровно один из моих соседей – лжец". Затем они встали в круг в другом порядке. Более половины из них заявили: "Оба моих соседа – лжецы". Сколько из них ответят "Да" на вопрос "Верно ли, что оба твоих соседа – рыцари?" Лжецы всегда лгут, а рыцари говорят правду.
4. На конкурсе обжор 6 обжор съели огромный торт. Их спросили, сколько они съели. Ответы были: половина торта, четверть торта, $\frac{1}{5}$ торта, $\frac{1}{6}$ торта, $\frac{1}{20}$ торта и $\frac{1}{60}$ торта. Выяснилось, что некоторые прихвастнули, зависив свой результат вдвое. Кто из них прихвастнул?
5. Какое наименьшее число звеньев может иметь ломаная, которая пересекает (во внутренних точках) каждое своё звено ровно два раза?
6. В турнире по волейболу шесть команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Команды, поделившие первые два места, одержали поровну побед; команды, поделившие два последних места, также одержали поровну побед, а остальные одержали разное число побед (ничьих в волейболе не бывает). Сколько побед одержала команда, занявшая 3-е место?
7. На прямой провод уселись 38 попугаев. Каждый верно сосчитал и назвал вслух сумму расстояний от него до остальных попугаев (в метрах). Могли ли быть названы в некотором порядке числа 3, 4, 5, ..., 40?
8. Существуют ли четыре различных натуральных числа таких, что каждое из них не делится ни на 2, ни на 3, ни на 4, но сумма любых двух из них делится на 2, сумма любых трёх из них делится на 3 и сумма любых четырёх из них делится на 4?

Авторы задач: 2, 3, 4, 7 – А.Шаповалов

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>