

IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 3. Юниоры. Гранд-лига. Верхние бои.

19 марта

1. Есть поле с картинкой $\frac{x}{x} + \frac{x}{x} + \frac{x}{x} = 1$. На столе лежит 21 карточка с числами 1, 2, ..., 21. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход каждый берёт себе по две карточки со стола. Выиграет тот, кто сможет после своего хода выбрать из своих шесть карточек и заменить ими ``иксы'' на поле так, чтобы получилось верное равенство. Может ли кто-нибудь из игроков выиграть, как бы ни играл соперник, и если да, то кто?
2. Электронные часы показывают время (часы и минуты) от 00:00 до 23:59. Сколькими способами можно выбрать пару времён (первое меньше второго) так, чтобы в их записи все 8 цифр были различны?
3. У Гриши и Саши были по одинаковому бумажному квадрату со стороной 1. Каждый из них смог разрезать свой квадрат на 6 прямоугольников периметра 2. Докажите, что наборы прямоугольников у них одинаковы.
4. На столе по кругу лежат 5 внешне одинаковых монет весами 1, 2, 3, 4 и 5 г. Известно, что веса идут по порядку, но неизвестно, по часовой стрелке или против часовой стрелки, и с какого места начинаются. Барон Мюнхгаузен утверждает, что он может, сделав два взвешивания на чашечных весах без гирь, после этого определить вес какой-нибудь из монет. Могут ли слова барона быть правдой?
5. Докажите, что любое десятизначное число можно представить как сумму двух слагаемых, у которых суммы цифр отличаются не больше чем на 1.
6. Посмотрев на часы со стрелками, Саша увидела, что угол между минутной и часовой стрелкой острый. Посмотрев на часы через два часа, Саша заметила, что угол стал вдвое больше, но остался острым. Чему теперь равен этот угол?
7. Каждая грань кубика Рубика $5 \times 5 \times 5$ разбита на единичные квадраты. Какое наибольшее число квадратов можно сделать красными так, чтобы красные квадраты не соприкасались ни сторонами, ни даже углами?
8. Даны пять натуральных чисел. В каждой тройке этих чисел их сумма делится на среднее из них по величине. Докажите, что среди чисел есть равные.

Авторские задачи: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 – А.Шаповалов

Решаемость задач (решений у 4 команд): 1)3; 2)0; 3)1; 4)2; 5)3; 6)4; 7)4; 8)4.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>

IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 3. Юниоры. Гранд-лига. Нижние бои.

19 марта

1. В обменном пункте монеты в 1, 5, 10 и 12 динаров стоят 15, 50, 90 и 100 тугриков соответственно. За какое наименьшее число тугриков можно купить 111 динаров?
2. Есть поле с картинкой $\frac{x}{x} + \frac{x}{x} + \frac{x}{x} = 1$. На столе лежит 21 карточка с числами 1, 2, ..., 21. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход каждый берёт себе по две карточки со стола. Выиграет тот, кто сможет после своего хода выбрать из своих шесть карточек и заменить ими ``иксы'' на поле так, чтобы получилось верное равенство. Может ли кто-нибудь из игроков выиграть, как бы ни играл соперник, и если да, то кто?
3. Электронные часы показывают время (часы и минуты) от 00:00 до 23:59. Сколькими способами можно выбрать время так, чтобы в записи все 4 цифры были различны?
4. Можно ли квадрат со стороной 8 разбить на 7 прямоугольников с периметром 16?
5. На столе по кругу лежат 5 внешне одинаковых монет весами 11, 12, 13, 14 и 15 г. Известно, что веса идут по порядку по часовой стрелке, но неизвестно, с какого места начинаются. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти самую тяжёлую монету?
6. Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 – палиндромы, а 20, 201, 2021 – нет). Среди чисел, больших 2021, найдите наименьший палиндром, который представляется в виде произведения трёх различных палиндромов.
7. Прапорщик выдал каждому солдату паёк, состоящий из чая, сгущёнки и тушёнки. Паёк рядового состоит из 2 пачек чая, 4 банок сгущёнки и 4 банок тушёнки. Паёк сержанта сытнее и состоит из 3 пачек чая, 7 банок сгущёнки и 8 банок тушёнки. Оказалось, что банок сгущёнки было выдано на 50 штук больше, чем пачек чая. Сколько всего банок тушёнки было выдано?
8. На турнир приехали только лжецы (всегда лгут) и рыцари (всегда говорят правду). На вопрос «Чётно ли число рыцарей, с которыми вы дружите?» каждый ответил «Нет». На вопрос «Чётно ли число лжецов, с которыми вы не дружите?» каждый ответил «Да». Чётное или нечётное число людей приехало на турнир? (Дружба взаимна.)

Авторские задачи: 1, 2, 3, 4, 6 – А.Шаповалов

Решаемость задач (решений у 4 команд): 1)1; 2)2; 3)4; 4)1; 5)4; 6)4; 7)1; 8)2.

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>

IV Европейский математический турнир г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 3. Юниоры. Первая лига

19 марта

1. Полуладья ходит как обычная, но не больше, чем на три клетки. Какое наибольшее количество полуладей можно поставить на доске 8x8 так, чтобы они не били друг друга?

2. Есть поле с картинкой $\frac{x}{x} + \frac{x}{x} + \frac{x}{x} = 1$. На столе лежит 21 карточка с числами 1, 2, ..., 21. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход каждый берёт себе по две карточки со стола. Выиграет тот, кто сможет после своего хода выбрать из своих шесть карточек и заменить ими "иксы" на поле так, чтобы получилось верное равенство. Может ли кто-нибудь из игроков выиграть, как бы ни играл соперник, и если да, то кто?

3. Сколькими способами можно разбить прямоугольник 3x1000 на трёхклеточные уголки и четырёхклеточные фигурки в виде зигзага (см. рисунок)? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



4. На столе по кругу лежат 5 внешне одинаковых монет весами 11, 12, 13, 14 и 15 г. Известно, что веса идут по порядку по часовой стрелке, но неизвестно, с какого места начинаются. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти самую тяжёлую монету?

5. Докажите, что не все числа от 1000 до 2021 можно представить как сумму двух слагаемых, у которых суммы цифр отличаются ровно на 1. (Приведите пример числа, которое нельзя так представить).

6. Верблюд может нести не больше 22 кг золота. Разбойник хочет увезти на верблюде золото и выручить за него как можно больше денег. Как ему поступить, если у него есть слитки высшей пробы, которые весят по 5 кг и стоят по 60 дирхамов, слитки первой пробы --- 4 кг и 47 дирхамов, и слитки второй пробы --- 3 кг и 33 дирхама?

7. Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 – палиндромы, а 20, 201, 2021 – нет). Среди чисел, больших 2021, найдите наименьший палиндром, который представляется в виде произведения трёх различных палиндромов.

8. Прапорщик выдал каждому солдату паёк, состоящий из чая, сгущёнки и тушёнки. Паёк рядового состоит из 2 пачек чая, 4 банок сгущёнки и 4 банок тушёнки. Паёк сержанта сытнее и состоит из 3 пачек чая, 7 банок сгущёнки и 8 банок тушёнки. Оказалось, что банок сгущёнки было выдано на 50 штук больше, чем пачек чая. Сколько всего банок тушёнки было выдано?

Авторские задачи: 1 – В.Шурыгин, 2, 5, 7 - А.Шаповалов

<http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html>