IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 2. Юниоры. Гранд-лига

18 марта

1. Пункты А, Б и В расположены на склоне горы на разной высоте и попарно соединены дорогами. Каждая дорога идёт вся ``в гору'' или вся ``под уклон'', наклон дороги может быть разным. Длина кругового маршрута по всем пунктам составляет 30 км. Стартовав одновременно из А, двое ездят на одинаковых мопедах по кругу в противоположных направлениях, но с одинаковыми постоянными скоростями ``в гору'' и со вдвое большей скоростью~--- ``под уклон''. Первая встреча произошла в пункте Б, вторая~--- в пункте В. Найдите расстояние АВ.

2. К левому берегу реки подошли 20 белых магов, один силы 2, каждый из остальных силы 1, и точно такая же по силам группа из 20 чёрных магов. Белые маги не согласны быть в лодке или на берегу вместе с чёрными, если там сумма сил чёрных больше чем у белых. Как им всем с помощью трёхместной лодки переправиться на правый берег?

3. Три нецелых числа представлены в виде несократимых дробей, больших 1. Могут ли их сумма и их произведение оба оказаться натуральными числами?

4. Из спичек сложена клетчатая доска 21x21, сторона каждой клетки составляет одну спичку. В центре доски сидит жук, он не умеет переползать через спички. Петя и Вася ходят по очереди, убирая по спичке за ход; начинает Петя. Выиграет тот, после чьего хода жук сможет выползти за пределы доски. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

5. Костя представил простое число p как сумму четырёх натуральных слагаемых: $p = a+b+c+d$ и выписал на доску шесть попарных сумм $a+b$, $a+c$, $a+d$, $b+c$, $b+d$, $c+d$. Известно, что одно из чисел на доске делится на 2, другое – на 3, третье – на 4, четвёртое – на 10. Может ли ещё одно из выписанных чисел делиться на 100?

6. Сколькими способами из клетчатого квадрата 6x6 можно вырезать шестиугольник с границами по сторонам клеток? Равные фигуры в разных местах считаются разными способами.

7. В ряд записаны различные натуральные числа, первое равно 6!, последнее --- 21!. Каждое следующее делится на предыдущее. Какое наибольшее количество точных квадратов может быть в этом ряду

8. На окружности отмечено 66 точек. В одной из точек сидит кузнечик. Он может прыгать по часовой стрелке на две или на три точки (перепрыгивая через одну или две точки соответственно). Какое минимальное количество прыжков ему нужно сделать, чтобы побывать в каждой точке и вернуться в исходную?

Авторы задач: 1, 2, 3, 4, 6, 7 – А.Шаповалов
Решаемость (решений у 8 команд): 1)0; 2)1; 3)3; 4)4; 5)7; 6)1; 7)4; 8)0.

http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html

IV Европейский математический турнир
г. Тверь, 15-20 марта 2021 года

Тур 2. Юниоры. Первая лига

18 марта

1. К левому берегу реки подошли 7 белых магов сил 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и команда из 7 чёрных магов с точно таким же набором сил. У этого берега есть трёхместная лодка. Белые маги боятся чёрных, поэтому не согласны оказаться в лодке или на берегу вместе с чёрными, если сумма сил чёрных там будет больше суммы сил белых. Как им всем переправиться, сделав не более 8 рейсов с левого берега на правый?

2. Три нецелых числа представлены в виде несократимых дробей, больших 1. Могут ли их сумма и их произведение оба оказаться натуральными числами?

3. Из спичек сложена клетчатая доска 21x21, сторона каждой клетки составляет одну спичку. В центре доски сидит жук, он не умеет переползать через спички. Петя и Вася ходят по очереди, убирая по спичке за ход; начинает Петя. Выиграет тот, после чьего хода жук сможет выползти за пределы доски. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

4. Костя представил простое число p как сумму четырёх натуральных слагаемых: $p = a+b+c+d$ и выписал на доску шесть попарных сумм $a+b$, $a+c$, $a+d$, $b+c$, $b+d$, $c+d$. Известно, что одно из чисел на доске делится на 2, другое – на 3, третье – на 4, четвёртое – на 10. Может ли ещё одно из выписанных чисел делиться на 100?

5. Назовём «змейкой» незамкнутую цепочку клеток, расположенную на клетчатом поле, в которой каждая клетка, за исключением двух крайних, имеет две соседних по стороне. Соприкосновение клеток змейки по углу возможно. Змейку какой наибольшей длины можно изобразить на клетчатом поле 3x6?

6. На окружности отмечено 66 точек. В одной из точек сидит кузнечик. Он может прыгать по часовой стрелке на две или на три точки (перепрыгивая через одну или две точки соответственно). Какое минимальное количество прыжков ему нужно сделать, чтобы побывать в каждой точке и вернуться в исходную?

7. По дороге без остановок с постоянной скоростью едет машина с неограниченным запасом топлива. Через каждые 15 километров стоят светофоры, которые горят красным светом только последние 6 минут каждого часа, а остальное время зелёным. Оказалось, что машина проехала без остановок 10 часов, то есть на каждом светофоре машина проезжала на зелёный свет. Какое наибольшее количество километров могла проехать машина за это время?

8. Можно ли разрезать квадрат 6x6 на шесть прямоугольников периметра 12?

Авторы задач: 1, 2, 3 – А.Шаповалов

http://www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html