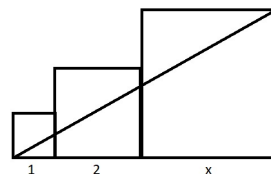


Арифметика

1. Какой цифрой оканчивается сумма $1! + 2! + 3! + \dots + 2001!$? ($n! = 1 \times 2 \times 3 \dots \times n$)
2. Найдите наибольшее натуральное число с не повторяющимися цифрами, делящееся на 99.
3. Натуральные числа a, b, c таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$. Найдите наибольшее значение этой суммы дробей.
4. Натуральное число назовём тройным, если оно представимо в виде суммы трёх трёхзначных чисел $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, где a, b, c — различные ненулевые цифры. Сколько существует тройных чисел?
5. При каком наименьшем натуральном A существует целое число B такое, что выполняется неравенство $A < B < 2A < 3B < 4A < 5B < \dots < 2021B < 2022A$?
6. Долго-долго Марьянна выписывала все произведения четырёх попарно различных натуральных множителей, каждый из которых меньше 17, и никакие два из которых не дают в сумме 17. Затем она сложила все полученные произведения. Какое число у нее получилось? Нужен комментарий про ответ.

Геометрия

1. На квадратном листе бумаги начертили две параллельные прямые, согнули лист по одной прямой, затем по другой и прокололи в одном месте (не попадающем на линии сгиба). После этого лист разогнули. Сколько различных проколов могло при этом оказаться на листе?
2. На одной из боковых сторон треугольника взято 60 точек, а на другой — 50 (они все отличны от вершин треугольника). Каждую из вершин при основании соединили отрезками со всеми точками на противоположной стороне. Сколько треугольников получилось среди частей, на которые оказался разбит исходный треугольник?
3. Разрежьте квадрат 10×10 клеток на 16 прямоугольников 2×3 и одну фигуру из 4 клеток типа буквы $\langle \Gamma \rangle$.
4. Вася нарисовал на клетчатом листе квадрат 8×8 и вырезал из него четыре угловые клетки. Какую наибольшую длину может иметь замкнутая самонепересекающаяся ломаная, идущая по линиям сетки получившейся фигуры (в том числе и по краю)?
5. На листе нарисовали три квадрата, прилегающих друг к другу, со сторонами 1, 2 и x . Оказалось, что прямая, проведенная как на рисунке, делит квадрат 2×2 на 2 части равной площади. Найдите x .
6. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в середине стороны CD , а угол C равен 70° . Найдите угол D .



Логика

1. Среди участников олимпиады, решивших хотя бы одну задачу, оказались 20 человек из 5 классов, решившие в сумме 30 задач. При этом учащиеся из одного класса решили по равному числу задач, а из разных — разное. Сколько школьников решило по две задачи?

2. Среднее количество игроков в 8 командах, принимавших участие в соревновании, равно 6. После того, как среди участников появилась девятая команда, среднее количество игроков стало равным 7. Сколько игроков в девятой команде?

3. В автобусе ехали взрослые и дети, причем число взрослых относилось к числу детей как 2:3. После того, как четыре пассажира вышли (и никто не вошел), число взрослых стало относиться к числу детей как 3:4. Сколько пассажиров первоначально ехало в автобусе, если известно, что их было меньше 60 (перечислите все возможности)?

4. В пяти коробках лежат финики. Известно, что в С лежит треть фиников коробки Е, а в В — вдвое больше, чем в С и Е вместе взятых. В коробке А вдвое меньше фиников, чем в Е, и на 10 меньше, чем в D. В коробке В вчетверо больше фиников, чем в D. Сколько всего фиников во всех коробках?

5. На числовой прямой отмечено бесконечное количество точек: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{100}, \dots$. Найдите наименьшее возможное значение a , при котором четырьмя отрезками длины a можно покрыть все эти точки. Отрезок покрывает свои концы.

6. Штабу попала закодированная записка шифровщика: 15, 16, 16, 16, 16, 38, 39, 42, 31, 25, 20, 36, 19, 52. Штаб знал, что шифровщик пишет по-русски, используя обычную нумерацию букв от 1 до 33, а пробел между словами обозначая номером 34. Также он знал, что шифровщик кодирует свои сообщения, добавляя к номеру каждой буквы число $X = nA + B$, где n — порядковый номер этой буквы в сообщении, а A и B — целые константы, известные только шифровщику. Кроме того, ни в одном сообщении шифровщик не обходится без местоимения "Я". Расшифруйте записку.

Комбинаторика

1. Сколькими способами можно поставить на шахматной доске 8×8 короля и ладью так, чтобы они били друг друга?

2. Сколько существует трёхзначных чисел, цифры в которых расположены по убыванию слева направо?

3. Множество A состоит из натуральных чисел, причем его наименьший элемент равен 1, а наибольший — 100. Любой элемент A (кроме 1) равен сумме двух (возможно, равных) чисел, являющихся элементами A . Найдите наименьшее возможное число элементов в A .

4. Сколькими способами можно расставить в клетках таблицы 5×10 числа 1 и -1 так, чтобы произведение чисел в любой строке и любом столбце равнялось бы 1?

5. Цифровые часы показывают время в 12-часовом формате (ЧЧ:ММ, часы меняются от 00 до 11, минуты от 00 до 59). К сожалению, они сломались и вместо любой цифры 1 они всегда показывают цифру 9. Например, вместо 01:16 они показывают 09:96. Какую долю суток часы показывают верное время?

6. На столе в нескольких кучках лежит 11 спичек. Каждую минуту из каждой кучки берется по одной спичке, из которых образуется новая кучка. Сколько различных вариантов кучек могут быть на столе после 2021-го хода?