

Тур 4. Лига юниоров. Бои за 5 и 7 места. 7 марта

1. В ряд записаны 10 различных натуральных чисел. Начиная со второго каждое равно сумме цифр предыдущего. Могут ли все числа быть точными квадратами?

А.В. Шаповалов

2. Есть n карточек с числами $1, 2, \dots, n$. Их разложили на 4 стопки. Суммы в стопках одинаковы, но количество карточек везде разное. При каком наименьшем n это возможно?

А.В. Шаповалов

3. На шахматной доске в противоположных углах стоят чёрная и белая фишки. Саша ходит ими по очереди. Фишка ходит на соседнюю по стороне клетку. Нельзя ходить на клетку, где данная фишка уже была, или на клетку на одной вертикали или горизонтали с другой фишкой. Может ли Саша сделать обеими фишками в сумме 100 ходов?

А.В. Шаповалов

4. Натуральное число делится на разность между наибольшим и наименьшим собственными делителями. Найдите все такие числа. (*Собственным* считается любой делитель числа, кроме него самого и 1.)

А.В. Шаповалов

5. В ряду кинотеатра 10 мест, на них должны сесть 5 мальчиков и 5 девочек. Сколькими способами можно это сделать так, чтобы у каждой девочки был сосед-мальчик, а ни у какого мальчика соседа-мальчика не было? (Все дети разные.)

А.В. Шаповалов

6. Может ли Саша расставить в таблицу 18×25 различные нечётные трёхзначные числа так, чтобы любая пара чисел, где одно делится на другое, стояла в соседних по стороне клетках?

А.В. Шаповалов

7. Клетчатый прямоугольник 9×10 разрезали по границам клеток на пентамино (т.е. на многоугольники из 5 клеток). Какова наименьшая общая длина разрезов?

А.В. Шаповалов

8. В таблицу 3×3 вписаны цифры от 1 до 9 без повторов. Сумма в верхней строке вчетверо больше чем в нижней, а в правом столбце — в полтора раза больше, чем в левом. Докажите, что суммы по диагоналям равны и найдите их.

А.В. Шаповалов