

III Европейский математический турнир
г. Минск, 2–8 марта 2020 года



Тур 3. Лига юниоров.
6 марта

1. Серёжа возвёл натуральное число t в квадрат и с удивлением обнаружил, что хотя квадрат больше, его сумма цифр в 6 раз *меньше* суммы цифр числа t . Докажите, что $t > 202020$.

С.А. Лучинин

2. В каждую клетку таблицы 6×6 поставили по числу и вычислили 6 произведений по строкам и 6 произведений по столбцам. Все 12 произведений оказались различными. Какое наибольшее количество чисел в клетках может быть равным 1?

3. Фигура “герцог” может ходить на одну клетку вверх, или на одну клетку вправо, или на одну клетку по диагонали влево вниз. Может ли “герцог”, начиная из левого нижнего угла доски 8×8 клеток, обойти всю доску, побывав на каждой клетке ровно по одному разу?

4. Квадрат разрезали на 7 центрально-симметричных многоугольников одинаковой площади. Обязательно ли среди многоугольников есть прямоугольник? (У многоугольника граница — одна замкнутая ломаная. Центрально-симметричная фигура остается на том же месте при повороте на 180 градусов вокруг некоторой точки.)

А.В. Шаповалов

5. Старатели Алекс и Серж нашли 101 золотой самородок и выложили их по кругу. Оказалось, что вес каждого равен либо сумме, либо разности весов соседей. Для каких n наверняка можно выдать старателям по n из этих самородков так, чтобы оба получили одинаковый вес?

А.В. Шаповалов по мотивам Уральского турнира и турнира им. Савина

6. На равных расстояниях от мусорного бака спят в будках три пса. Иногда повар вываливает возле бака мясные обрезки. Пес Шарик бежит вдвое медленнее Бобика, зато он ест в полтора раза быстрее него. Пес Рубик ест вдвое медленнее Бобика, зато он бежит в полтора раза быстрее него. Псы начинают бег к еде одновременно; добежав, начинают есть сразу же и едят без драки; доев всё, они возвращаются в свои будки. С утра повар кинул всего 1 кг обрезков, и Шарик не досталось ничего, а Бобик и Рубик съели поровну. Зато после обеда, когда собаки вернулись в свои будки, повар вывалил целую тачку еды, и на этот раз Шарик и Бобик съели поровну. А сколько кг при этом съел Рубик?

А.В. Шаповалов

7. На левом берегу реки собрались 10 простаков и 9 четников. Всем надо на правый берег. Есть двухместная лодка. На правом берегу есть запреты: там не может находиться нечетное простое число простаков и четное (ненулевое) число четников. Могут ли они все переправиться? (Пристав к берегу, все должны выйти из лодки на берег, даже те, кто собирается сразу плыть назад.)

8. Петя изготовил два игральных кубика (возможно, неодинаковых), нанеся на каждую грань от 0 до 6 точек. Приставляя кубики друг к другу разными способами, он получает на паре верхних граней изображения домино. Какое наибольшее число разных домино можно так получить? (Играет роль только количество точек на грани, их расположение несущественно.)