

III Европейский математический турнир
г. Минск, 2–8 марта 2020 года



Тур 1. Лига юниоров.
3 марта

1. Миллион представлен как сумма двух натуральных слагаемых, каждое из которых делится на сумму цифр другого. Докажите, что слагаемые чётны.

А.В. Шаповалов

2. По кругу записали 10 различных натуральных чисел, затем одновременно каждое разделили на следующее за ним по часовой стрелке. Может ли сумма десяти полученных частных оказаться целым числом?

А.В. Шаповалов

3. За круглым столом сидят 25 человек, каждый из которых является рыцарем или лжецом. Известно, что среди них есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец. Мог ли каждый из них сказать фразу: “Среди двух соседей справа количество рыцарей больше, чем количество лжецов среди двух соседей слева”?

Р.С. Ефремов

4. Клетчатый прямоугольник 15×81 разрезали по границам клеток на два меньших прямоугольника. Периметр одной части в целое число раз меньше периметра другой. Найдите размеры меньшего из прямоугольников.

А.В. Шаповалов

5. Три аула на одной горе лежат на разной высоте и попарно соединены дорогами длин 6, 8 и 10 км. Каждая дорога идёт вся вверх или вся вниз. Стартовав одновременно из одного аула, двое братьев на одинаковых мопедах делают полный круг в противоположных направлениях, двигаясь с одинаковой постоянной скоростью вверх и со вдвое большей скоростью — вниз. Первый брат потратил на круг ровно час, и более 20 минут ждал второго. С какой скоростью мопеды ехали вниз?

А.В. Шаповалов

6. 20 одинаковых с виду алмазов разложены поровну на чаши весов так, что весы находятся в равновесии. Известно, однако, что среди алмазов есть камни ровно двух разных весов, причем число алмазов каждого веса не делится на 4. За одну операцию можно поменять местами любые две группы из одинакового числа алмазов. Как нарушить равновесие, сделав не более двух обменов?

7. У Саши есть четыре карточки с числами 0, 10, 100, 1000 и три карточки со знаками действий: “+” (прибавить), “×” (умножить) и “:” (разделить). Саша хочет выложить их в ряд так, чтобы получился правильный пример (то есть, между числами были знаки действий и не было деления на 0; при этом результат вычисления не обязан быть целым). Сколько разных примеров может выложить Саша?

А.В. Шаповалов

8. В мешке лежат конфеты четырех видов: шоколадные, карамельки, ириски и леденцы. Известно, что если вынуть любые 60 конфет из мешка, то среди вынутых видов обязательно найдутся два таких, конфет которых вынуто не поровну. Какое наибольшее число конфет может быть в мешке?

А.В. Шаповалов