

Европейский турнир , 2020 год

Математический квадрат, 7-8 классы

Условия

Арифметика

A1. Найдите сумму цифр числа $66\dots6+77\dots7+88\dots8$ (в каждом слагаемом 2020 цифр).

A2. Найдите наибольшее натуральное число такое, что ни оно само, ни любое из чисел, полученных из него вычеркиванием любого количества цифр (но не всех) не делится на 3.

A3. Число $5/6 + 6/7 + 7/8 + \dots + 665/666$ записано в виде несократимой дроби. На сколько нулей оканчивается знаменатель этой дроби?

A4. Имеется 30 медалей весами 1, 2, 3, ..., 30 г, по 10 золотых, серебряных и бронзовых. Известно, что общий вес всех бронзовых медалей на 200 г больше, чем общий вес золотых. Найдите общий вес серебряных медалей.

A5. В Изумрудном городе ходят монеты достоинством в 8, 15 и 36 грошей. Элли заплатила за очки с зелёными стёклами несколько монет и получила на сдачу на 2 монеты больше. Какое наименьшее число грошей могли стоить очки? (Найдите ответ и приведите пример покупки)

A6. От пятизначного числа отняли сумму кубов его цифр. Какой наибольший результат мог при этом получиться?

Геометрия

Г1. В треугольнике один из углов в два раза больше второго и на 20 градусов отличается от третьего. Какие значения (в градусах) может принимать наибольший угол такого треугольника?

Г2. В результате измерения четырёх сторон и одной из диагоналей некоторого четырёхугольника получились числа 15, 23, 36, 50 и 72. Чему могла быть равна длина измеренной диагонали?

Г3. Какое наименьшее количество клеток квадрата 5×5 можно закрасить так, чтобы в любом четырёхклеточном прямоугольнике была хотя бы одна закрашенная клетка? Приведите пример.

Г4. Клетчатый квадрат со стороной n разрезали по границам клеток больше чем на n прямоугольников различной площади, при этом ни одна из частей не квадрат. При каком наименьшем n такое возможно? Найдите ответ и приведите пример разрезания.

Г5. Веревку согнули вдвое, потом то, что получилось, согнули вдвое. После этого сделали поперечный разрез (не совпадающий с линиями сгибов). Веревка распалась на куски, длины двух из которых оказались равны 4 см и 7 см. Найдите возможную длину веревки (все значения).

Г6. AN и CP – высоты равнобедренного треугольника ABC . Какой может быть величина угла B , если известно, что $AB=BC$ и $AC=2HP$?

Логика

Л1. В государстве проводят выборы в Думу. Две трети избирателей в этой стране состоят в Синей партии, а одна треть – в Зелёной. Президент выносит на голосование список из 100 кандидатов в Думу. Известно, что за список проголосует столько процентов «синих» избирателей, сколько «синих» в списке, и то же верно для «зелёных». Какое наименьшее число «синих» кандидатов надо включить в список, чтобы за список проголосовало более половины избирателей?

Л2. Четырёх жителей Нафигландии зовут Шиш, Фиг, Нам и Вам. Фамилии у них такие же, что и имена, но ни у кого из четверых ни имя, ни фамилия не совпадают. Фамилия Нама не Шиш. Определите имя и фамилию каждого, если имя нафигландца с фамилией Фиг совпадает с фамилией того, имя которого совпадает с фамилией Вама. (В ответе имя пишется перед фамилией).

Л3. В таверне сидят 111 посетителей – эльфы и гоблины. Все эльфы говорят правду, когда пьют эль, и обманывают, когда пьют пиво, а гоблины – наоборот. На вопрос «Вы пьёте пиво?» ответили «Да» 66 посетителей, а на вопрос «Вы гоблин» – 55 посетителей. С утверждением «На улице валит снег» согласились 44 посетителя. Сколько эльфов в таверне пьют эль?

Л4. За круглым столом сидят 111 участников конференции по глобальному потеплению. Они делятся на два типа: политики (всегда лгут) и учёные (всегда говорят правду). Все знают, кто есть кто. Каждый ответил «да» или «нет» на вопрос «Верно ли, что *оба* ваших соседа – учёные?». Ответов «да» оказалось столько же, сколько политиков за столом. Какое наибольшее число учёных могло сидеть за этим столом?

Л5. Вася достаёт из коробки синие и зелёные кубики и складывает из них две башенки, причём нельзя класть два кубика одного и того же цвета друг на друга. Оказалось, что десятый и одиннадцатый кубики, выложенные Васей, – синие, а двадцать пятый – зелёный. Какого цвета двадцать шестой кубик?

Л6. В классе 25 учеников, каждый из них участвовал в трёх разных олимпиадах. Оказалось, что любые четверо участвовали в одной и той же олимпиаде. В каком наибольшем количестве олимпиад могли участвовать ученики этого класса?

Комбинаторика

К1. Выписаны целые числа от 1 до 2020 включительно. У скольких из них сумма цифр нечётна?

К2. За круглым столом сидят 12 мартышек и 38 попугаев. Есть ровно 5 пар мартышек, сидящих рядом. Сколько могло быть пар попугаев, сидящих рядом? (Если кто-то образует пару и с соседом слева, и с соседом справа, считаются обе пары.)

К3. Сколькими способами можно поставить на клетчатую доску размером 4×4 двух не бьющих друг друга шахматных коней?

К4. У скольких девятизначных чисел все цифры различны, сумма каждой пары соседних цифр нечётна, а само число делится на 4?

К5. Сколькими различными способами можно квадрат 4×4 разрезать по линиям сетки на две равные фигурки? (Способы считаются различными, если в результате получаются различные фигурки.)

К6. В однокруговом турнире по волейболу участвовало несколько команд (в волейболе ничьих не бывает, каждая команда сыграла с каждой по разу). По окончании оказалось возможным разбить команды на группы для некоторого $k > 1$: в первой группе – одна команда, во второй – две, ..., в k -й – k команд; при этом суммарное число команд каждой группы – одно и то же. Сколько команд могло участвовать в турнире? Найдите все варианты. Ответ не должен зависеть от k .