

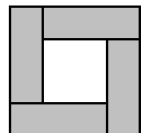
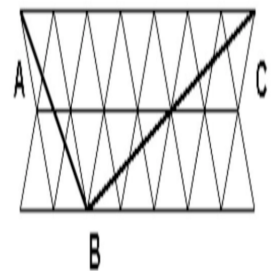
Математическая абака. Сеньоры

1 марта
Алгебра

1. Акции компании “Ника” каждый год растут на 10%. Андрей два года подряд покупал акции этой компании на 100 долларов, а на третий год все продал. Сколько долларов он заработал на этих операциях?
2. Длину прямоугольника уменьшили на 5%, а ширину уменьшили на 10%. При этом периметр прямоугольника уменьшился на 6%. На сколько процентов уменьшился бы периметр исходного прямоугольника, если его длину уменьшить на 10%, а ширину уменьшить на 5%?
3. Несколько команд участвовали в абаке. Часть команд выступали в лиге юниоров, а остальные — в лиге сеньоров. Когда команда A лиги юниоров сдала задачу, среднее число задач, сданных юниорами, увеличилось на 0,1, а когда команда B лиги сеньоров сдала задачу, среднее число задач, сданных сеньорами, увеличилось на 0,2. На сколько в результате этих двух событий увеличилось среднее число задач, сданных всеми командами?
4. Гонорар за книгу был распределён между тремя соавторами в отношении 8:6:5. Если бы этот же гонорар был распределён в отношении 7:5:4, то один из соавторов получил бы на 250 евро больше. Чему равна сумма гонорара?
5. Наташа задумала 4 положительных числа (не обязательно целых!), а затем нашла их попарные произведения. Пять из шести произведений получились равными 2, 3, 5, 6 и 10. Чему могло быть равно шестое произведение?
6. Аня посчитала сумму $\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2017+2018}{2019}$, а Яна — сумму $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{673}$. Что получится, если сложить суммы двух девочек?

Геометрия

1. Проведите через клетки квадрата 3×3 две прямые так, чтобы все клетки этого квадрата оказались разрезаны.
2. Витя вырезал из картона треугольник, разрезал его на два треугольника и послал обе части Пете, который опять сложил из них треугольник. Оказалось, что Петин треугольник не равен Витиному. Приведите пример треугольника и его разрезания, а также как из двух треугольников разрезания сложить новый треугольник, не равный старому.
3. Ваня расчертил плоскость на равносторонние треугольники, схема разрезания показана на рисунке. Помогите ему найти $\angle ABC$.
4. В какое время между 4:00 и 5:00 угол между часовой и минутной стрелкой будет составлять 21° ? Если такое может произойти несколько раз, то приведите самый первый.
5. Квадрат состоит из одного внутреннего квадрата (белого) и четырех равных закрашенных прямоугольников. Периметр каждого прямоугольника равен 40 см. Какова площадь большого квадрата?
6. Какое наименьшее количество трехклеточных уголков можно расположить на доске 8×8 по сторонам клеток так, чтобы нельзя было добавить еще один такой же уголок? Приведите пример на это количество.



Математическая абака. Сеньоры

1 марта

Теория чисел

1. Чему равна разность между самым маленьким натуральным числом, которое делится на 2, 3 и 4 и самым маленьким числом, которое делится на 3, 4, 5 и 6?
2. Напишите 7 последовательных натуральных чисел так, чтобы среди их цифр было ровно 15 троек.
3. В календаре некоторой страны все месяцы содержат одинаковое число дней. Через 100 дней после 20-го дня месяца будет 15-ый день месяца, а через 75 дней после предпоследнего дня месяца будет 4-ый день месяца. Сколько дней в месяце этой страны?
4. В семье сурикатов трое детенышей. Они родились в один день, но, возможно, в разные годы. В день их рождения папа-сурикат обнаружил, что их суммарный возраст в 5 раз больше, чем был суммарный возраст всех детенышей в этой семье 5 лет назад. Известно, что возраст старшего детеныша меньше суммарного возраста двух других и что ни один сурикат-детеныш никуда из семьи не уходил. Сколько лет старшему?
5. Какое количество натуральных чисел A обладает следующим свойством: “НОК (наименьшее общее кратное) чисел 16, 50 и A равняется 1200”?
6. Дано четырехзначное число, все цифры которого различны. Известно, что сумма трех первых цифр этого числа делится на 9 и сумма трех последних цифр этого числа делится на 9. Какие значения может принимать сумма всех цифр этого числа?

Комбинаторика

1. Сколько существует четырехзначных чисел, которые делятся на 19 и оканчиваются на 19?
2. Сколькими способами среди чисел от 1 до 2019 можно выбрать два натуральных, отличающихся на 7, произведение которых делится на 5? (Пары, отличающиеся порядком чисел, считаются одинаковыми).
3. Сколько существует пятизначных чисел, составленных из пяти различных последовательных цифр?
4. На острове, где живут только всегда правдивые рыцари и всегда лгущие лжецы, в теледебатах участвовали 9 кандидатов с номерами от 1 до 9. Каждый кандидат заявил “Кандидат, чей номер равен последней цифре квадрата моего номера — рыцарь”. Впоследствии выяснилось, что не все кандидаты были лжецами, но и рыцарей среди них было не более трех. Выпишите номера всех кандидатов-рыцарей.
5. Пираты Джек и Кежд делят кучу орехов. Вначале Джек берет 5 орехов, далее они берут орехи по очереди, причем каждый пират берет ровно на 1 орех больше, чем только что взял предыдущий. Если количество орехов, которое должен взять пират, превышает количество орехов в куче, то он забирает все оставшиеся орехи. В конце дележа у Джека оказался 901 орех. Сколько орехов изначально содержала куча?
6. Дан бесконечный лист клетчатой бумаги. Изначально на нем покрашены в синий цвет три клетки, образующие квадрат 2×2 без одной клетки. На первом шаге покрасили все клетки, имеющие с уже покрашенными общую сторону (уже покрашенные клетки второй раз не красят). Такую операцию повторили еще 99 раз. Сколько получится покрашенных клеток после всех 100 шагов?

Math abaka. Senior league

1 March

Algebra

1. The value of the shares of “Nika” company increases by 10% each year. For two years in a row, Andrew bought shares of this company for 100 dollars, and in the third year he sold everything. How many dollars has he earned on these operations?

2. The length of a rectangle was reduced by 5%, and the width was reduced by 10%. This resulted in a 6% reduction in perimeter. By what percentage would the perimeter of the initial rectangle decrease if its length is reduced by 10% and the width is reduced by 5%?

3. Several teams participated in math abaka. Some teams played in the junior league, and the rest in the seniors league. When a junior league team A passed the task, the average number of tasks submitted by juniors increased by 0,1, and when the B seniors league team completed the task, the average number of tasks submitted by seniors increased by 0,2. How much as a result of these two events did the average number of tasks passed by all teams increase?

4. The fee for the book was distributed among three co-authors in the ratio of 8: 6: 5. If the same fee was distributed in the ratio of 7: 5: 4, then one of the co-authors would receive 250 euros more. What is the amount of the fee?

5. Nataly came up with 4 positive numbers (not necessarily integers!), and then she found their pairwise products. Five of the six products turned out to be 2, 3, 5, 6 and 10. What could be the sixth product?

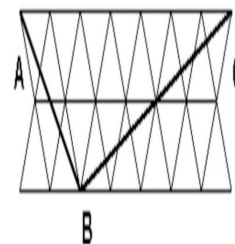
6. Ann calculated the sum $\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2017+2018}{2019}$, and Jane computed $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{673}$. What is the sum of the numbers received by Ann and Jane?

Geometry

1. Draw two straight lines through the squares of 3×3 so that all the cells of this square are cut.

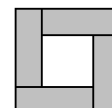
2. Victor cut a triangle made of cardboard into two triangles and sent both parts to Pete, who again folded a triangle out of them. It turned out that Pete’s triangle is not equal to Victor’s. Give an example of a triangle and its cutting, as well as how to fold a new triangle, not equal to the old one.

3. Vanya divided a plane on equilateral triangles, the cutting scheme is shown in the figure. Help him find $\angle ABC$.



4. At what time between 4:00 and 5:00 the angle between the hour and minute hands will be 21° ? If this can happen several times, then bring the very first.

5. A square consists of one white square and four equal grey rectangles. The perimeter of each rectangle is equal to 40 cm. What is the area of big square?



6. What is the minimal number of three-cell corners that can be placed on the 8×8 board so that one cannot add another such corner? Give an example of this amount.

Math abaka. Senior league

1 March

Number theory

1. What is the difference between the least positive integer divisible by 2, 3, 4 and the least positive integer divisible by 3, 4, 5, 6?
2. Write down 7 consecutive positive integers such that, in their decimal notation, digit 3 participated exactly 15 times.
3. In the calendar of a certain country, all months contain the same number of days. 100 days after the 20th day of a month will be the 15th day of a month, and 75 days after the penultimate day of a month will be the 4th day of a month. How many days in the month of this country?
4. There are three kids in the meerkat family. They were born on the same day, but perhaps in different years. On their birthday, dad-meerkat discovered that their total age is 5 times greater than the total age of all kids in this family 5 years ago. It is known that the age of the eldest one is less than the total age of the other two, and that not a single meerkat left the family. How old is the eldest?
5. What is the number of positive integers A that has the following property: “ LCM (the least common multiple) of the numbers 16, 50 and A is equal to 1200 ”?
6. Given a four-digit number, all digits of which are different. It is known that the sum of the first three digits of this number is divisible by 9 and the sum of the three last digits of this number is divisible by 9. What values can the sum of all digits of this number take?

Combinatorics

1. How many four-digit numbers exist that are divisible by 19 and terminated by 19?
2. In how many ways among the numbers from 1 to 2019, one can choose two numbers that differ by 7, the product of which is divisible by 5? (Pairs that differ in the order of numbers are considered the same).
3. How many five-digit numbers exist consisting of five different consequent digits?
4. On an island where only knights and liars live (knights never lie, liars never tell the truth), 9 candidates numbered from 1 to 9 participated in the televised debates. Each candidate said “ Candidate whose number equals the last digit of the square of my number is a knight ”. It later emerged that not all candidates were liars, but there were no more than three knights among them. Write down the numbers of all the candidate knights.
5. Pirates Jack and Kcaj divide a heap of nuts. Initially, Jack takes 5 nuts, then they take the nuts in turn, each pirate takes exactly 1 nut more than the previous one just took. If the amount of nuts that a pirate is supposed to take exceeds the number of nuts in the heap, then he takes all the remaining nuts. At the end of the division, Jack had 901 nuts. How many nuts did the heap originally contain?
6. Given an endless sheet of checkered paper. Initially, three cells are painted blue, forming a 2×2 square without a single cell. In the first step, all the cells that have a common side with those already painted were painted (the cells that were already painted were not painted a second time). This operation was repeated 99 more times. How many colored cells will you get after all the 100 steps?

Математическая абака. Юниоры

1 марта

Алгебра

1. Акции компании “Ника” каждый год растут на 10%. Андрей два года подряд покупал акции этой компании на 100 долларов, а на третий год все продал. Сколько долларов он заработал на этих операциях?

2. За один час станок разрезает 50 десятиметровых досок на одинаковые куски, по 2 метра в каждом. Сколько времени потребуется, чтобы на этом же станке разрезать 100 двенадцатиметровых досок такой же ширины и толщины на одинаковые куски по 3 метра в каждом?

3. Длину прямоугольника уменьшили на 5%, а ширину уменьшили на 10%. При этом периметр прямоугольника уменьшился на 6%. На сколько процентов уменьшился бы периметр исходного прямоугольника, если его длину уменьшить на 10%, а ширину уменьшить на 5%?

4. Дед Мороз дал каждому ребёнку по 10 конфет, 3 мандаринки и 2 шоколадки, а Снегурочка — по 12 конфет, 4 мандаринки и 4 шоколадки. Они раздали 400 конфет и шоколадок вместе взятых. А сколько мандаринок?

5. Гонорар за книгу был распределён между тремя соавторами в отношении 8:6:5. Если бы этот же гонорар был распределён в отношении 7:5:4, то один из соавторов получил бы на 250 евро больше. Чему равна сумма гонорара?

6. Наташа задумала 4 положительных числа (не обязательно целых!), а затем нашла их попарные произведения. Пять из шести произведений получились равными 2, 3, 5, 6 и 10. Чему могло быть равно шестое произведение?

Геометрия

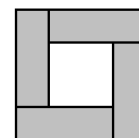
1. Проведите через клетки квадрата 3×3 две прямые так, чтобы все клетки этого квадрата оказались разрезаны.

2. Какое наименьшее число звеньев может быть у ломаной, которая пересекает каждое свое звено ровно два раза? Приведите пример на это количество.

3. Квадрат 4×4 разделен на 16 клеток. Раскрасьте эти клетки в черный и белый цвета так, чтобы у каждой черной клетки было три белых соседа, а у каждой белой клетки был ровно один черный сосед. Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.

4. В какое время между 4:00 и 5:00 угол между часовой и минутной стрелкой будет составлять 21° ? Если такое может произойти несколько раз, то приведите самый первый.

5. Квадрат состоит из одного внутреннего квадрата (белого) и четырех равных закрашенных прямоугольников. Периметр каждого прямоугольника равен 40 см. Какова площадь большого квадрата?



6. Какое наименьшее количество трехклеточных уголков можно расположить на доске 8×8 по сторонам клеток так, чтобы нельзя было добавить еще один такой же уголок? Приведите пример на это количество.

Математическая абака. Юниоры

1 марта

Теория чисел

1. Чему равна разность между самым маленьким натуральным числом, которое делится на 2, 3 и 4 и самым маленьким числом, которое делится на 3, 4, 5 и 6?
2. Найдите наибольшее число, обладающее таким свойством: его наибольший четный делитель ровно в 16 раз больше его наименьшего четного делителя.
3. Напишите 7 последовательных натуральных чисел так, чтобы среди их цифр было ровно 15 троек.
4. В календаре некоторой страны все месяцы содержат одинаковое число дней. Через 100 дней после 20-го дня месяца будет 15-ый день месяца, а через 75 дней после предпоследнего дня месяца будет 4-ый день месяца. Сколько дней в месяце этой страны?
5. В семье сурикатов трое детенышей. Они родились в один день, но, возможно, в разные годы. В день их рождения папа-сурикат обнаружил, что их суммарный возраст в 5 раз больше, чем был суммарный возраст всех детенышей в этой семье 5 лет назад. Известно, что возраст старшего детеныша меньше суммарного возраста двух других и что ни один сурикат-детеныш никуда из семьи не уходил. Сколько лет старшему?
6. Дано четырехзначное число, все цифры которого различны. Известно, что сумма трех первых цифр этого числа делится на 9 и сумма трех последних цифр этого числа делится на 9. Какие значения может принимать сумма всех цифр этого числа?

Комбинаторика

1. Сколько существует четырехзначных чисел, которые делятся на 19 и оканчиваются на 19?
2. Сколько существует натуральных чисел, больших 10 и меньших 10000, у которых первая и последняя цифры равны 2?
3. Сколькими способами среди чисел от 1 до 2019 можно выбрать два натуральных, отличающихся на 7, произведение которых делится на 5? (Пары, отличающиеся порядком чисел, считаются одинаковыми).
4. Сколько существует пятизначных чисел, составленных из пяти различных последовательных цифр?
5. На острове, где живут только всегда правдивые рыцари и всегда лгущие лжецы, в теледебатах участвовали 9 кандидатов с номерами от 1 до 9. Каждый кандидат заявил “Кандидат, чей номер равен последней цифре квадрата моего номера — рыцарь”. Впоследствии выяснилось, что не все кандидаты были лжецами, но и рыцарей среди них было не более трех. Выпишите номера всех кандидатов-рыцарей.
6. Сколько есть четырёхзначных чисел, в записи которых нет трёх идущих подряд одинаковых цифр?

Math abaka. Junior league

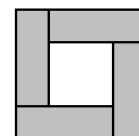
1 March

Algebra

1. The value of the shares of “Nika” company increases by 10% each year. For two years in a row, Andrew bought shares of this company for 100 dollars, and in the third year he sold everything. How many dollars has he earned on these operations?
2. A worker with chainsaw cuts 50 ten-meter boards per hour into equal pieces, 2 meters each. How long does it take to cut 100 twelve-meter boards of the same width and thickness into equal pieces of 3 meters each?
3. The length of a rectangle was reduced by 5%, and the width was reduced by 10%. This resulted in a 6% reduction in perimeter. By what percentage would the perimeter of the initial rectangle decrease if its length is reduced by 10% and the width is reduced by 5%?
4. Santa Claus gave each child 10 candies, 3 tangerines and 2 chocolates, and Snow Maiden gave 12 candies, 4 tangerines and 4 chocolates. They distributed 400 chocolates and chocolates combined. How many tangerines did they give?
5. The fee for the book was distributed among three co-authors in the ratio of 8: 6: 5. If the same fee was distributed in the ratio of 7: 5: 4, then one of the co-authors would receive 250 euros more. What is the amount of the fee?
6. Nataly came up with 4 positive numbers (not necessarily integers!), and then she found their pairwise products. Five of the six products turned out to be 2, 3, 5, 6 and 10. What could be the sixth product?

Geometry

1. Draw two straight lines through the squares of 3×3 so that all the cells of this square are cut.
2. What is the smallest number of links that a polyline can have that intersects each link exactly two times? Draw an example of such a polyline.
3. Square 4×4 divided into 16 cells. Paint these cells black and white in such a way that each black cell has three white neighbors, and each white cell has exactly one black neighbor. Cells are considered neighboring if they have a common side.
4. At what time between 4:00 and 5:00 the angle between the hour and minute hands will be 21° ? If this can happen several times, then bring the very first.
5. A square consists of one white square and four equal grey rectangles. The perimeter of each rectangle is equal to 40 cm. What is the area of big square?
6. What is the minimal number of three-cell corners that can be placed on the 8×8 board so that one cannot add another such corner? Give an example of this amount.



Math abaka. Junior league

1 March

Number theory

1. What is the difference between the least positive integer divisible by 2, 3, 4 and the least positive integer divisible by 3, 4, 5, 6?
2. Find the greatest number with the following property: its largest even divisor is exactly 16 times greater than its smallest even divisor.
3. Write down 7 consecutive positive integers such that, in their decimal notation, digit 3 participated exactly 15 times.
4. In the calendar of a certain country, all months contain the same number of days. 100 days after the 20th day of a month will be the 15th day of a month, and 75 days after the penultimate day of a month will be the 4th day of a month. How many days in the month of this country?
5. There are three kids in the meerkat family. They were born on the same day, but perhaps in different years. On their birthday, dad-meerkat discovered that their total age is 5 times greater than the total age of all kids in this family 5 years ago. It is known that the age of the eldest one is less than the total age of the other two, and that not a single meerkat left the family. How old is the eldest?
6. Given a four-digit number, all digits of which are different. It is known that the sum of the first three digits of this number is divisible by 9 and the sum of the three last digits of this number is divisible by 9. What values can the sum of all digits of this number take?

Combinatorics

1. How many four-digit numbers exist that are divisible by 19 and terminated by 19?
2. i How many numbers greater than 10 and less than 10,000 exist, whose first and last digits are equal to 2?
3. In how many ways among the numbers from 1 to 2019, one can choose two numbers that differ by 7, the product of which is divisible by 5? (Pairs that differ in the order of numbers are considered the same).
4. How many five-digit numbers exist consisting of five different consequent digits?
5. On an island where only knights and liars live (knights never lie, liars never tell the truth), 9 candidates numbered from 1 to 9 participated in the televised debates. Each candidate said “ Candidate whose number equals the last digit of the square of my number is a knight ”. It later emerged that not all candidates were liars, but there were no more than three knights among them. Write down the numbers of all the candidate knights.
6. How many four-digit numbers are there that do not have three consecutive identical digits?