

## Junior Grand league. Математический бой № 1

3 марта

1. Алиса заполняет таблицу  $101 \times 101$  целыми числами, а Боб для каждой пары клеток с общей стороной выписывает на листке сумму чисел в них. Докажите, что Алиса может заполнить таблицу так, чтобы все числа Боба образовали набор  $1, 2, 3, \dots, 20200$ .

2. Найдите наименьшее простое число  $p$ , сумма цифр которого — нечетное составное число.

3. На левом берегу реки собралось 15 человек, на правом — 25. Каждый человек хочет переправиться с одного берега на другой. Возле левого берега находится лодка, вмещающая двух или трех человек; одному человеку не хватит сил управиться с лодкой. Могут ли люди переправиться так, чтобы любые двое были в лодке вместе ровно один раз, а лодка оказалась после всех переправ на другом берегу?

4. Прямоугольник  $42 \times 44$  разрезан на несколько прямоугольников  $1 \times 8$  и две связные фигурки из 4 клеток. Докажите, что эти фигурки равны.

5. Полчаса назад угол между часовой и минутной стрелкой был  $100$  градусов. Сейчас он острый. Чему может быть равен этот угол (найдите все возможные значения)?

6. Имеется 40 параллелепипедов  $1 \times 1 \times 2$  (каждый склеен из двух единичных кубиков). Можно ли их поверхность покрасить в 4 цвета так, чтобы для любого из этих цветов можно было сложить параллелепипед  $4 \times 4 \times 5$  с поверхностью этого цвета?

7. У двух семизначных чисел произведения цифр положительны и равны. В каждом из чисел все цифры различны. Докажите, что у этих чисел суммы цифр равны или отличаются не больше, чем на 3.

8. Имеется число  $a$ , представленное как несократимая дробь со знаменателем 7. Алекс записал сумму  $2a + 3a + 4a$  и округлил в ней каждое из трёх слагаемых до ближайшего целого. После этого сумма стала равной 77. Найдите  $a$ .