I Европейский математический турнир
г. Минск, 27 февраля – 5 марта 2018 года

Высшая лига. Математический бой № 2

2 марта

1. Найдите все тройки натуральных чисел (k, m, n), где k – однозначно, m – двузначно, n – трехзначно, и на числовой прямой число $1/k$ лежит строго посредине между числами $2/m$ и $3/n$.

2. Дан треугольник ABC, в котором $\angle A=30°$, $\angle B=40°$. На стороне AB взята такая точка D, что $\angle BDC=80°$. Докажите, что $AD=BC$.

3. Нарисуйте 5 различных несимметричных многоугольников так, чтобы из любых трёх можно было сложить симметричный многоугольник. (Симметричным считается многоугольник, имеющий ось или центр симметрии. При складывании многоугольники можно переворачивать).

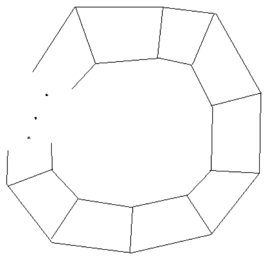
4. Числа 1, 2, 3, …, 101 записывают в строку в некотором порядке. Назовем порядок *хорошим*, если можно вычеркнуть одно число, и тогда остальные числа будут идти строго по возрастанию. Сколько есть разных хороших порядков?

5. На свободные поля доски 9×10 по одному выставляются короли. В момент выставления король должен побить четное число пустых полей (в частности, ни одного). Какое наибольшее число королей можно выставить?

6. На доске написаны натуральные числа от 1 до 100, каждое по одному разу. Каждую минуту мальчик Лёша выбирает два числа a и b, вычисляет НОД(a^2+b^2+2, a^2b^2+3), пишет его на доску, а сами числа стирает. Через 99 минут на доске останется одно число. Докажите, что оно не может быть точным квадратом.

7. На обеих чашах весов лежат по 40 гирек, весы в равновесии. Известно, что на каждой чаше не все гири весят одинаково. За одну операцию разрешается любые две гири поменять местами. За какое наименьшее число операций можно наверняка нарушить равновесие чаш?

8. Из 60 четырехугольников составили кольцо (см. рис.). В вершинах четырёхугольников записали по числу, а на каждой стороне записали сумму чисел в её концах. Могло ли случиться, что были записаны в точности по разу числа 1, 2, 3, …, 300?



Авторские задачи: 1,3,4,5,7,8 — А.Шаповалов

I Европейский математический турнир
г. Минск, 27 февраля – 5 марта 2018 года

Первая лига. Математический бой № 2

2 марта

1. Найдите все тройки натуральных чисел (k, m, n), где k – однозначно, m – двузначно, n – трехзначно, и на числовой прямой число $1/k$ лежит строго посредине между числами $2/m$ и $3/n$.

2. Дан треугольник ABC, в котором $\angle A=30°$, $\angle B=40°$. На стороне AB взята такая точка D, что $\angle BDC=80°$. Докажите, что $AD=BC$.

3. Нарисуйте 4 такие различные несимметричные клетчатые фигуры, чтобы из любых трёх можно было сложить симметричную фигуру. (Симметричной считается фигура, у которой есть ось или центр симметрии. При складывании фигуры можно переворачивать).

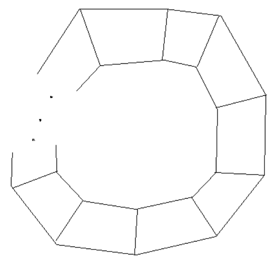
4. Числа 1, 2, 3, …, 101 записывают в строку в некотором порядке. Назовем порядок *хорошим*, если можно вычеркнуть одно число, и тогда остальные числа будут идти строго по возрастанию. Сколько есть разных хороших порядков?

5. На свободные клетки полоски 1×88 по одной выставляются фишки. В момент выставления рядом с выставленой фишкой должно быть чётное число пустых клеток (в частности, может быть 0 пустых клеток). Какое наибольшее число фишек можно выставить по такому правилу?

6. Назовём натуральное число *удачным*, если оно является произведением неповторяющихся простых чисел. Существует ли такое трехзначное число N, что все числа N+1, 2N+1, …, 999N+1 удачны?

7. На обеих чашах весов лежат по 40 гирек, весы в равновесии. Известно, что на каждой чаше не все гири весят одинаково. За одну операцию разрешается любые две гири поменять местами. За какое наименьшее число операций можно наверняка нарушить равновесие чаш?

8. Из 60 четырехугольников составили кольцо (см. рис.). В вершинах четырёхугольников записали по числу, а на каждой стороне записали сумму чисел в её концах. Могло ли случиться, что были записаны в точности по разу числа 1, 2, 3, …, 300?



Авторские задачи: 1,3,4,5,7,8 — А.Шаповалов

www.ashap.info/Turniry/EMT/index.html