

XIX Турнир математических боёв им. А. П. Савина
Берендеевы поляны, 26 июня—2 июля 2013 года

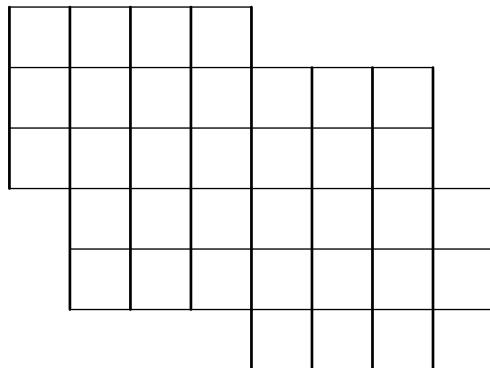
Математический квадрат

6 класс • 26 июня 2013 года

Комбинаторная геометрия

КГ4. Отметьте на листе бумаги две красные, две желтые и две зеленые точки и соедините их отрезками так, чтобы получилось пять равносторонних треугольников с разноцветными вершинами.

КГ8. Разрежьте фигуру на четыре равные части.



КГ12. Разрежьте квадрат на две равные (и по форме, и по числу клеточек) части так, чтобы сумма чисел в каждой части равнялась 13.

	8		
2		6	4
	5		1

XIX Турнир математических боёв им. А. П. Савина
Берендеевы поляны, 26 июня—2 июля 2013 года

Математический квадрат

6 класс • 26 июня 2013 года

КГ16. Проведите из одной точки на плоскости пять лучей так, чтобы среди образованных ими углов было ровно четыре острых. Рассматриваются углы не только между соседними, но и между любыми двумя лучами.

КГ20. Нарисуйте десятиугольник, стороны которого лежат на 5 прямых.

Теория чисел

ТЧ4. Вася задумал целое число. Коля умножил его не то на 5, не то на 6. Женя прибавил к результату Коли не то 5, не то 6. Саша отнял от результата Жени не то 5, не то 6. В итоге получилось 73. Какое число задумал Вася (перечислите все возможные варианты)?

ТЧ8. Найдите максимальное трёхзначное число, кратное 9, цифры которого идут в порядке возрастания.

ТЧ12. Лиса Алиса и Кот Базилио предложили Буратино заработать денег. Буратино должен выписать в строчку цифры от 1 до 9, и за каждое двузначное число в этой цепочке, делящееся на три, они обещали дать Буратино один сольдо. На какую максимальную сумму дохода может рассчитывать Буратино?

ТЧ16. У каждого из двух десятизначных чисел все цифры различны, а у их суммы все цифры одинаковы. Чему может равняться эта сумма?

ТЧ20. В записи 987654321 расставьте знаки $+, -, \times, :, ()$ таким образом, чтобы выражение равнялось 2013.

XIX Турнир математических боёв им. А. П. Савина
Берендеевы поляны, 26 июня—2 июля 2013 года

Математический квадрат

6 класс • 26 июня 2013 года

Логика

Л4. Иван Иванович купил собаку. Саша думает, что эта собака — черный пудель, Паша считает ее белой болонкой, а Маша — белым бультерьером. Известно, что каждый из ребят верно угадал либо породу, либо цвет шерсти собаки. Назовите породу собаки и цвет ее шерсти.

Л8. На острове у компании из 5 аборигенов было 10 монет. Первый заявил: «У меня — 1 монета», второй: «У меня — 2 монеты», ..., пятый: «У меня — 5 монет». Сколько могло быть среди них лжецов?

Л12. На планете Куб (разумеется, имеющей форму куба) каждой гранью владеет правдолюб (который всегда говорит правду) или лжец (который всегда врет). Каждый из них утверждает, что не менее трёх из его соседей — лжецы. Сколько правдолюбов и сколько лжецов владеют гранями планеты (необходимо указать все возможные варианты)?

Л16. В комнате было несколько человек. Один сказал: «Нас тут пятеро» — и ушёл. После этого каждую минуту кто-то уходил, сказав на прощание: «Все, кто ушел до меня, перед уходом солгали», пока комната не опустела. Сколько человек, уходя, могли сказать правду?

Л20. За круглым столом — 31 человек. Часть из них — рыцари, которые всегда говорят правду, а остальные — лжецы, которые всегда лгут, причём лжецов не менее одного. Каждого спросили: «Сколько среди твоих соседей лжецов?» (имея в виду соседа слева и соседа справа). Все дали одинаковые ответы. Какое наибольшее число рыцарей могло быть за столом? Не забудьте привести пример.

XIX Турнир математических боёв им. А. П. Савина
Берендеевы поляны, 26 июня—2 июля 2013 года

Математический квадрат

6 класс • 26 июня 2013 года

Комбинаторика

K4. От куска материи длиной 300 метров ежедневно отрезали по 20 метров. Через сколько дней отрежут последний кусок?

K8. Раскрасьте клетки квадрата 5×5 в белый и голубой цвета так, чтобы в каждом квадрате 3×3 было больше белых клеток, а в каждом квадрате 4×4 — больше голубых.

K12. В некотором воинском соединении самый старший по рангу — капитан. Кроме него, есть один старший лейтенант, два лейтенанта, 12 сержантов и много солдат. Число подчиненных в 10 раз больше числа начальников. Сколько всего человек в этом соединении?

K16. В некоторые клетки таблицы 5×5 записали числа. Оказалось, что все суммы чисел по строкам и столбцам попарно различны (т.е. получилось 10 различных сумм). Какое наибольшее количество клеток могли остаться свободными?

K20. Петя окрасил все стороны картонного треугольника, а потом разрезал его по линиям, параллельным сторонам, на несколько одинаковых треугольников. Среди получившихся треугольников оказалось 18 таких, у которых хотя бы одна сторона окрашена. Сколько получилось треугольников, у которых все стороны не окрашены?

XIX Турнир математических боёв им. А. П. Савина
Берендеевы поляны, 26 июня—2 июля 2013 года

Математический квадрат

6 класс • 26 июня 2013 года

Числа

Ч4. Хулиган Вася нарисовал на палке колбасы тонкие поперечные кольца трех цветов. Если разрезать колбасу по красным кольцам, получится 6 кусочков, если по синим — 7 кусочков, а если по зеленым — 8 кусочков. Сколько кусочков колбасы получится, если ее разрезать по кольцам всех трех цветов? (По каждому кольцу можно сделать не более одного разреза)

Ч8. Дедушке столько лет, сколько месяцев внучке. Вместе им 91 год. Сколько дет дедушке и сколько — внучке?

Ч12. Решите ребус:

$$7 \times \text{ШАХ} = \text{МАТ}$$

Ч16. Малыш и Карлсон поочередно берут конфеты из одного пакета. Малыш берет одну конфету, Карлсон — две, затем Малыш берет три конфеты, Карлсон — четыре, и т. д. Когда количество оставшихся в пакете конфет станет меньше необходимого, тот, чья очередь наступила, берет все оставшиеся конфеты. Сколько конфет было в пакете первоначально, если у Малыша в итоге оказалась 101 конфета?

Ч20. Какое наибольшее количество натуральных чисел, не превосходящих 1000, можно выбрать таким образом, чтобы никакая сумма двух выбранных чисел не делилась на их разность? Не забудьте привести пример.