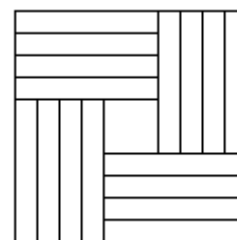


Matematisk auktion den 16 februari 2006

1. Given en kvadrat av plåt med sidan 1 m. Du skall såga rektangulära arbetsstycken av format 10×60 cm ur kvadraten. Ju fler arbetsstycken desto bättre.



Svar. 16 arbetsstycken, se bilden.

Bevis. Arean räcker inte för 17 eller fler arbetsstycken.

2. Du får skriva ett uttryck som innehåller fyra siffror samt ett obegränsat antal av tecknen plus, minus, gånger, delat och parantes. Ju närmare ligger resultatet till $\pi=3,14159265\dots$ desto bättre.
Exemplen på tillåtna uttryck: $1\cdot 2+5-4$ eller $(12-2)/3$.
Exemplen på otillåtna uttryck: $314/100$ (för många siffror); $3,141$ (decimal komma är ej tillåten).

Det bästa redovisade svaret. $44/14 \approx 3.142857$

Kommentar. Förmodligen är detta svar det bästa möjliga. Vilket som helst tillåten uttryck kan hyfsas till ett allmänt bråk med samma eller mindre antal siffror. Bland sådana bråk är $22/7$ det bästa närmevärdet för π .

3. Drag 7 räta linjer på planet. Antag att du skär planet längs de dragna linjer. Ju fler av delarna är trianglar desto bättre.

Det bästa redovisade svaret. 7 trianglar (hitta själv en bild)

Det bästa kända svaret. 11 trianglar (hitta själv en bild).

4. Hitta på andragradsekvationer på formen $x^2 - px + q = 0$, där p och q är ensiffriga positiva heltal. Ekvationer måste ha en eller flera lösningar. Samtliga lösningar måste vara ensiffriga tal. Ju fler sådana ekvationer desto bättre.

Det bästa redovisade svaret. 8 ekvationer:

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad x^2 - 3x + 2 = 0 \quad x^2 - 4x + 3 = 0 \quad x^2 - 5x + 4 = 0 \quad x^2 - 6x + 5 = 0 \quad x^2 - 7x + 6 = 0 \quad x^2 - 8x + 7 = 0 \quad x^2 - 9x + 8 = 0$$

Det teoretiska maximum. 12 ekvationer.

Ledtråd. En andragradsekvation med rötter a och b är $x^2 - (a+b)x + ab = 0$

5. Fylla i en tabell av format 3×3 med 9 positiva heltal på så sätt att summorna i rader är lika med varandra samt produkterna i kolonner är lika med varandra. Ju större antalet *olika* tal i tabellen desto bättre.

Exemplet på en tillåten tabell (antalet olika tal är 1)	Exemplet på en otillåten tabell (summorna i rader är ej lika) (antalet olika tal är 5)																		
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td>10</td><td>10</td><td>10</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>10</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>10</td></tr> </table>	10	10	10	10	10	10	10	10	10	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td>2</td><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>20</td><td>10</td></tr> <tr><td>10</td><td>5</td><td>2</td></tr> </table>	2	1	5	5	20	10	10	5	2
10	10	10																	
10	10	10																	
10	10	10																	
2	1	5																	
5	20	10																	
10	5	2																	

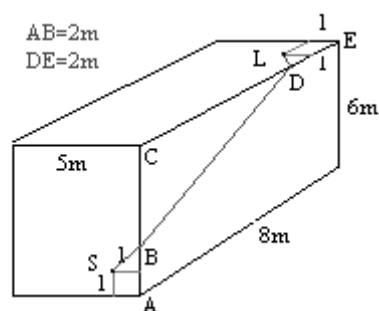
Det bästa redovisade svaret. 3 olika tal:

1	2	3
2	3	1
3	1	2

Det teoretiska maximum. 9 olika tal.

Ledtråd. Fylla i en tabell med 9 olika positiva heltal på så sätt att produkterna i kolonner är lika med varandra. Multiplicera sedan raderna med varsitt tal för att summorna i rader blir lika med varandra.

6. En kabel skall koppla samman en strömbrytare S med lampan L i en rektangulär sal. Deras positioner samt salens format kan du se på bilden (både S och L ligger på avstånd 1 m till de närmaste väggarna/golvet). Kabel får gå langs väggarna och taket även på sned, men den absolut får inte hänga i luften. Ju kortare sladden desto bättre.



Det bästa redovisade svaret. $\sqrt{2} + \sqrt{52} + \sqrt{2} \approx 10.0395$ m .

Sladden skär kanterna AC och CE i punkterna B resp. D.

Således går sladden längs tre hypotenusor (se bilden), vilkas längder kan man bestämma genom Pythagoras sats.

Det teoretiska minimum. 10 m

Ledtråd. Vika ut rummets ytor så att de ligger på ett plan. Det kortaste vägen från S till L måste då gå längs en rät linje.

7. Ett lag som består av Hasse, Lasse och Nisse deltar i "Rolig racertävling" på 3000 m distans. De får en enmans sparkcykel. Alla de ska starta samtidigt på en rak löpbanda. Lagets resultat är tiden på den i laget som kommer sist. Hasse kan löpa 100 m/min, Lasse 125 m/min och Nisse 150 m/min. De alla sparkcyklar 250 m/min. Hitta på ett schema åt dem. Ju mindre resultatet desto bättre.

Det bästa redovisade svaret. 20,4 min.

Schemat: Först Hasse sprakcyklar 1600 m, lämnar sparkcykeln och löper resten. Lasse löper till sparkcykeln, sprakcyklar 1250m och löper resten. Nisse löper till sparkcykeln och sprakcyklar resten.

Tiderna: Hasse $1600/250 + 1400/100 = 20,4$ min; Lasse $1250/250 + 1750/125 = 19$ min; Nisse $150/250 + 2850/150 = 19,6$ min.

Det teoretiska minimum. $19\frac{11}{19}$ min

Ledtråd. I bästa fall skall deltagarna komma i mål samtidigt. Annars kan deras resultat förbättras genom att låta den siste sprakcykla mer på bekostnad av den förste.